POLITECHNIKA WARSZAWSKA Wydział Geodezji i Kartografii



Praca dyplomowa magisterska

Implementacja Europejskiego modelu Quasi-geoidy Grawimetrycznej EGG2008 na obszarze Polski

Dominik Piętka

Praca napisana w **Katedrze Geodezji i Astronomii Geodezyjnej** pod kierunkiem

dr inż. Tomasza Olszaka

Warszawa, rok 2014

STRESZCZENIE

W niniejszej pracy dyplomowej dokonano analizy i oceny modelu Europejskiej Quasi-geoidy Grawimetrycznej EGG2008 na obszarze Polski. Model EGG2008 jest oficjalnym model quasi-geoidy, opublikowanym przez EGGP¹, odnoszącym się do wchodzącego do Polski europeiskiego układu odniesienia wysokości EVRF2007. Równolegle do analizy dokładności anomalii wysokości modelu europejskiego, przeprowadzono badania nad dokładnością dwóch oficjalnych modeli quasi-geoidy zalecanych przez Główny Urząd Geodezji i Kartografii. Były to modele "Geoida Niwelacyjna GUGIK2001" oraz "Geoida Niwelacyjna GUGIK2011" odnoszace się do wysokości normalnych w układzie Kronsztadt86. Badania przeprowadzono na punktach satelitarno-niwelacvinych: sieci EUVN DA oraz ekscentrach sieci ASG-EUPOS. Analiza anomalii wysokości wykazała bardzo duża dokładność model EGG2008 w układzie PL-ETRF2000 oraz decymetrowa dokładność w układzie PL-ETRF1989. Wynikiem ubocznym powyższych analiz była powierzchowna ocena poprawności danych katalogowych punktów satelitarnoniwelacyjnych oraz polskiej sieci niwelacji precyzyjnej. W dalszej części pracy wprowadzono poprawki do modelu EGG2008, zwiększające dokładność anomalii wysokości w obu powyższych układach. Poprawki te opierały się na wpasowaniu tegoż modelu 7-parametrowa transformacją przestrzenna Helmerta w wybrane zbiory punktów satelitarno-niwelacyjnych. Rozpatrzono wykorzystanie poprawek uwzględniających oraz nie uwzględniających post transformacyjnych korekt Hausbrandta. Charakterystyke dokładnościowa wykonano na punktach satelitarnoniwelacyjnych. Przeprowadzono również charakterystykę porównawczą modelu EGG2008 oraz GUGIK2011, biorącą pod uwagę zmianę wysokości normalnej, na 41 480 punktach wysokościowej bazowej osnowy podstawowej, w układzie PL-ETRF2000. Głównym wynikiem pracy, były poprawki do modelu EGG2008, zwiększające jego dokładność na obszarze Polski wukładach PL-ETRF1989 oraz PL-ETRF2000, przedstawione w postaci parametrów transformacji przestrzennej oraz funkcji długości i szerokości geodezyjnej.

Słowa kluczowe: PL-KRON86-NH, PL-EVRF2007-NH, EGG2008, EUVN, quasi-geoida

¹ EGGP – ang. "European Gravity and Geoid Project" podkomisja podlegającą pod Międzynarodową Asocjację Geodezyjną (IAG);

WSTĘP	7
CZĘŚĆ TEORETYCZNA	9
1 Systemy odniesienia wysokości	9
1.1 CECHA GEOPOTENCJALNA I GEOIDA	9
1.2 Systemy wysokości	
2 Sieć niwelacji precyzyjnej na obszarze Polski	15
2.1 Polska sieć niwelacji precyzyjnej	
2.1.1 III Kampania niwelacyjna	
2.1.2 IV Kampania niwelacyjna	
2.2 Europejski System Odniesienia Wysokości	
2.2.1 UELN Wspólna Europejska Sieć Niwelacyjna	
2.2.2 EUVN Europejska Pionowa Sieć Odniesienia	
2.2.3 Europejski System Odniesienia Wysokości - EVRS2000	
2.2.5 Europejski System Odniesienia Wysokości - EVRS2007	22
2.2.6 Rozwój europejskiej sieci niwelacji precyzyjnej	25
4 MODELE GEOIDY	
4.1 MODELOWANIE GEOIDY METODĄ GRAWIMETRYCZNĄ	29
4.1.1 Rozwiązanie zagadnienia brzegowego według koncepcji Stokesa	29
4.1.2 Rozwiązanie zagadnienia brzegowego według koncepcji Mołodieńskego	
4.1.3 Technika odejmij – oblicz – przywróć	
4.2 KRAJOWE MODELE GEOIDY	32
4.3 EUROPEJSKIE MODELE QUASI-GEOIDY	
CZĘŚĆ EKSPERYMENTALNA	
5. Algorytmy obliczeń	
5.1 TRANSFORMACJA TRÓJWYMIAROWA	
5.2 Poprawki pływowe	
6 Przygotowanie materiału badawczego	45
6.1 Dostępny materiał badawczy	45
6.1.2 Sieć punktów EUVN oraz EUVN DA	
6.1.3 Sieć ekscentrów ASG-EUPOS	46
6.1.4 Wybrane repery linii niwelacyjnych	46
6.2 ANALIZA DOSTĘPNEGO MATERIAŁU BADAWCZEGO	
6.2.1 Sieć punktów EUVN oraz zagęszczenie EUVN_DA	47
6.2.2 Sieć ekscentrów ASG-EUPOS	48
6.2.3 Różnica wysokości pomiędzy układami EVRF2007 oraz Kronszatdt86	52

7	BADANIE DOKŁADNOŚCI WYBRANYCH MODELI QUASI-GEOIDY	54
	7.1 Polski model "Geoida Niwelacyjna 2001"	54
	7.2 Polski model "Geoida Niwelacyjna 2011"	58
	7.3 Europejski model EGG2008	59
	7.4 Podsumowanie analizy dokładnościowej modeli	66
	7.4.1 Wnioski dotyczące dokładności modeli quasi-geoid	66
	7.4.2 Badania na wybranych reperach linii niwelacyjnej Zakopane – Nowy Targ	68
	7.4.3 Badania na wybranych reperach linii niwelacyjnej Warszawa - Sochaczew	70
8	PORÓWNANIE MODELI QUASI-GEOIDY W OPARCIU O OSNOWĘ WYSOKOŚCIOWĄ	74
	8.1 WPŁYW DOKŁADNOŚCI WSPÓŁRZĘDNYCH REPERÓW SIECI NIWELACJI PRECYZYJNEJ	74
	8.2 ANALIZA SPÓJNOŚCI PODSTAWOWEJ OSNOWY WYSOKOŚCIOWEJ Z MODELAMI QUASI-GEOID	76
9	Korekta modelu EGG2008	32
	9.1 Implementacja modelu EGG2008 w układzie ETRF2000	82
	9.1.1 Transformacja przestrzenna w oparciu o sieć EUVN_DA	82
	9.1.2 Transformacja przestrzenna w oparciu wybrane ekscentry ASG-EUPOS	88
	9.2 Implementacja modelu EGG2008 w układzie ETRF1989	94
	9.2.1 Wertykalne przesunięcie powierzchni quasi-geoidy	94
	9.2.2 Transformacja przestrzenna w oparciu o sieć EUVN_DA oraz ekscentry ASG-EUPOS	96
1	0 Wdrożenie poprawki do modelu EGG200810)2
1	0 Podsumowanie	05
B	BIBLIOGRAFIA	09

Wstęp

Wprowadzenie w Polce nowego układu odniesienia wysokości EVRF2007, który ma zostać oficjalnym układem odniesienia najpóźniej do 31 grudnia 2019 roku, zgodnie z rozporządzeniem Rady Ministrów z 14 listopada 2012 roku w sprawie państwowego systemu odniesień przestrzennych:

§ 24. 1. Układ wysokościowy PL-KRON86-NH stosuje się do czasu wdrożenia układu wysokościowego PL-EVRF2007-NH na obszarze całego kraju, nie dłużej nie do dnia 31 grudnia 2019 roku.

Implikuje za sobą między innymi, odejście od aktualnie wykorzystywanego w praktyce geodezyjnej modelu quasi-geoidy "Geoida niwelacyjna 2011" wiążącego układ odniesienia wysokości Kronsztadt86 z geocentryczną elipsoidą GRS80, oraz wykorzystywanego do początku 2014 roku modelu "Geoida niwelacyjna 2001", na rzecz innego modelu odnoszącego się do układu EVRF2007. Oficjalnym modelem opracowanym przez Podkomisję *European Gravity and Geoid Project* (EGGP) podlegającą pod Międzynarodową Asocjację Geodezyjną (IAG) jest model Europejskiej Quasi-geoidy Grawimetrycznej EGG2008 *(European Gravimetric Quasi-geoid 2008).*

W części teoretycznej niniejszej pracy dyplomowej przedstawiono czytelnikowi problematykę układów odniesienia wysokości, poprzez opis cech geopotencjalnych oraz systemów wysokościowych. Następnie zamieszczono krótki rys historyczny sieci niwelacji precyzyjnej w Polsce oraz prób integracji osnów wysokościowych krajów europejskich, ze szczególnym uwzględnieniem wprowadzanego do użycia rozwiązania EVRF2007. W następnym dziale przedstawiono problematykę modelowania geoidy metodą grawimetryczną. Na zakończenie części teoretycznej opisano istniejące modele quasi-geoidy na obszarze Polski, ze szczególnym uwzględnieniem modelu "Geoidy niwelacyjnej 2001", "Geoidy niwelacyjnej 2011" oraz modelu europejskiego EGG2008.

Część badawczą rozpoczęto określeniem celu prowadzonych analiz, a także przedstawieniem wykorzystywanych w późniejszym etapie zagadnień dotyczących pływu permanentnego oraz transformacji przestrzennych. Następnie zamieszczono prezentację oraz opracowanie posiadanego materiału badawczego, a także dokonano oszacowania dokładności z jaką modele GUGIK2001, GUGIK2011 oraz EGG08 reprezentują przebieg quasi-geoid na obszarze Polski. Analizę tę dokonano na punktach polskich sieci satelitarno-niwelacyjnych. Następnie wykorzystując udostępnione przez Centralny Ośrodek Dokumentacji Geodezyjnej i Kartograficznej w Warszawie różnice wysokości pomiędzy układami Kronsztad86 oraz EVRF2007 na punktach bazowej podstawowej osnowy wysokościowej, ukazano rozbieżności pomiędzy analizowanymi modelami quasi-geoid, a osnową wysokościową. Następnie zaproponowano szereg poprawek do modelu EGG2008, których celem było zwiększenie dokładności modelowych anomalii wysokości w układach PL-ETRF2000 oraz PL-ETRF89. Rozpatrywano poprawki opierające się zarówno na wertykalnym przesunięciu powierzchni quasi-geoidy, jak i poprawki wynikające z wpasowania model EGG08 w wybrane punkty satelitarno-niwelacyjne. Przeprowadzono 7-parametrowe transformacje przestrzenne na różnych zbiorach punktów łącznych, rozpatrując zmianę dokładności modelu EGG08 zarówno z, jak i bez uwzględnienia korekt post transformacyjnych Hausbrandta. Transformacjom podlegało również 41480 reperów podstawowej osnowy wysokościowej kraju, które mogą posłużyć do opracowania siatki kwadratów poprawionych anomalii wysokości modelu EGG08, a następnie wraz z algorytmem interpolującym jako poprawiony model EGG2008. Charakterystyki dokładnościowe wprowadzanych poprawek przeprowadzono, porównując poprawione anomalie wysokości modelu EGG08 z wartościami empirycznymi na punktach satelitarno-niwelacyjnych. Ostatecznym wynikiem pracy dyplomowej, były poprawki do modelu EGG2008, zarówno do układu ETRF2000 jak i układu ETRF1989, w formie parametrów transformacji przestrzennych jak i funkcji szerokości i długości geodezyjnej.

CZĘŚĆ TEORETYCZNA

1 Systemy odniesienia wysokości

1.1 Cecha geopotencjalna i geoida

Przewyższenia pomiędzy reperami otrzymywane z pomiarów wysokościowych, przy bezbłędnych czynnościach pomiarowych i bezbłędnych cechach narzędzi, nie niosą za sobą poprawnych informacji o wysokościach jeżeli nie zostaną uzupełnione informacjami o elementach pola siły ciężkości Ziemi. Jest to spowodowane nierównoległością powierzchni ekwipotencjalnych, która objawia się nierównością przewyższenia δn otrzymanego na danym stanowisku niwelacyjnym z odpowiadającym jej przewyższeniem δH_Z na linii pionu punktu Z (*Rysunek 1*).

Powierzchniami ekwipotencjalnymi, poziomymi lub powierzchniami geopotencjalnymi



Rysunek 1 Nierównoległość powierzchni ekwipotencjalnych (Hofmann, Moritz, 2006).

(geopami), nazywa się powierzchnie o stałym potencjale siły ciężkości *W*. W rodzinie powierzchni ekwipotencjalnych jest jedna powierzchnia o potencjale

1)
$$W = W_0$$

która pokrywa się z "idealnym" poziomem otwartych mórz i oceanów, nazwana geoidą. Tę powierzchnię utworzyłyby otwarte morza i oceany o stałym składzie chemicznym oraz stałych parametrach fizycznych (ciśnieniu, temperaturze i gęstości) pozbawione wpływu sił pływowych oraz wiatrów, umownie przedłużoną pod lądami.

Można rozpatrywać rodzinę linii, z których każda, w każdym punkcie jest styczna do wektora siły ciężkości oraz prostopadła do danej powierzchni ekwipotencjalnej, będzie to rodzina linii nazwanych liniami pionu. Najkrótszą odległością pomiędzy dwoma powierzchniami poziomymi, jest odległość wzdłuż linii pionu, którą wyraża równanie *(Czarnecki, 2010)*:

,

$$dh = -\frac{dW}{g}$$

gdzie g jest wartością przyśpieszenia siły ciężkości.

Równanie 2 biorąc pod uwagę zmienne przyśpieszenie siły ciężkości na powierzchniach ekwipotencjalnych, potwierdza nierównoległość tych powierzchni. Świadczy o tym różnica wartości natężenia siły ciężkości na równiku i na biegunie (odpowiednio 9.78-9.82 m·s⁻²), która odległość pomiędzy powierzchniami ekwipotencjalnymi na równiku wynoszącą 100 m, zmniejsza na biegunie do około 99.5 m.

Całkując równanie 2 w granicach od punktu *O* na geoidzie do punktu *P* na fizycznej powierzchni Ziemi, otrzymuje się liczbę geopotencjalną

3)
$$C_P = W_O - W_P = \int_O^P g \, dh$$

która wyraża różnicę potencjału geoidy $W=W_0$ i potencjału powierzchni $W=W_P$ przechodzącej przez punkt *P*. Liczba geopotencjalna wyraża pracę w polu potencjalnym, niezależnie od drogi potrzebnej do przeniesienia jednostki masy z poziomu morza (geoidy) do punktu *P* (na powierzchni poziomej punktu *P*). Jeżeli przez wysokość punktu P nad powierzchnią morza (geoidy), chcemy rozumieć najkrótszą drogę, na której wykonano pracę określoną wartością geopotencjalną, to należy, wartość geopotencjalną podzielić przez przyspieszenie siły właściwe dla drogi O - P wzdłuż linii pionu. Sposób wyznaczenia przyśpieszenia siły reprezentatywnego dla drogi O - P określają tak zwane "systemy wysokości" (*Czarnecki, 2010*).

1.2 Systemy wysokości

System wysokości geopotencjalnych

Jak zostało wykazane w poprzednim rozdziale, liczba geopotencjalna wyraża różnicę potencjałów pomiędzy geoidą i powierzchnią poziomą punktu P (równanie 3). Wymiar wartości geopotencjalnej wyraża się m²/s². W wyniku podzielenia wartości geopotencjalnej przez $\gamma_k = 10 m/s^2$ otrzymuje się wysokość w systemie wysokości geopotencjalnych

4)
$$H_P^{geop.} = \frac{C_P}{10\frac{m}{s^2}}.$$

Wykorzystując przewyższenia w systemie wysokości geopotencjalnych wyrównano zachodnioeuropejską sieć niwelacji precyzyjnej w roku 1954. Sieć tę, pomimo, że obejmowała jedynie Europę Zachodnią po rzekę Łabę, nazwano Wspólną Europejską Siecią Niwelacyjną – fr. Réseau Européen Unifié de Nivellment, REUN. Obecnie do sieci REUN dołączono kraje Europy Środkowej oraz niektóre kraje Europy Wschodniej. Aktualnie w literaturze posługuje się angielskim akronimem tejże sieci tj. United European Leveling Network, UELN. Ostatnie oficjalne wyrównanie sieci UELN stanowi fundament Europejskiego Układu Odniesienia Wysokości EVRF2007. Tematyka ta zostanie rozszerzona w kolejnych działach.

System wysokości dynamicznych

Wysokość dynamiczną otrzymuje się dzieląc różnicę potencjału siły ciężkości przez stałą wartość przyśpieszenia normalnego na powierzchni elipsoidy obrotowej, przyjętą dla szerokości geodezyjnej φ =45°. Jak wyróżnia Czarnecki *(Czarnecki, 2010)*, rozróżnia się dwie wartości tego przyśpieszenia, jedną zaleconą w 1954 roku przez Międzynarodową Asocjację Geodezyjną:

5)
$$\gamma_0^{45} = 9.806\ 294\ m/_{S^2}$$
 ,

oraz drugą, która została wyznaczona jako przyspieszenie normalne generowane przez elispoidę obrotową systemu GRS80:

6)
$$\gamma_0^{45} = 9.806 \ 199 \ 203 \ \frac{m}{s^2}$$

Wynikiem ilorazu cechy geopotencjalnej punktu *P* oraz jednej z podanych wyżej wartości przyśpieszenia normalnego siły ciężkości, otrzymuje się wysokość dynamiczną punktu *P* wyrażoną równaniem:

7)
$$H_P^d = -\frac{W_P - W_0}{\gamma_0^{45}} = \frac{1}{\gamma_0^{45}} \int_0^P g \ dh$$

Należy podkreślić, że zarówno wysokości geopotencjalne jak i wysokości dynamiczne nie mają żadnej interpretacji geometrycznej, to znaczy, nie można wykazać ani powierzchni ani punktów, których odległość wyrażana byłaby przez te wysokości. Wysokości w tych systemach pozbawione są również interpretacji fizycznej, chociaż ich niwątpliwym atutem jest nieuwzględnianie nierównoległości powierzchni ekwipotencjalnych. Oznacza to, że punkty znajdujące się na jednej powierzchni ekwipotencjalnej mają jednakowe wysokości dynamiczne bądź geopotencjalne. Tak więc spokojna powierzchnia akwenu wodnego, która realizuje powierzchnię poziomą, będzie miała w każdym punkcie równe wysokości dynamiczne i geopotencjalne. Tę własność wykorzystuje się w inżynierii, w wielko-obszarowych projektach

związanych z budownictwem wodnym i w niektórych innych projektach inżynierskich gdzie wymagana jest wysoka precyzja projektowania spadków.

System wysokości ortometrycznych

Wysokości ortometryczne odnoszą się do długości krzywej linii pionu pomiędzy punktem P, a punktem O na geoidzie. Do równania określającego wysokość ortometryczną należy dojść przez przekształcenie równania 3:

8)
$$C = \int_{O}^{P} g \, dH = H \frac{1}{H} \int_{O}^{P} g \, dH = H \tilde{g} ,$$

gdzie przez g rozumie się przeciętną wartość przyspieszenia siły ciężkości wzdłuż linii pionu. Następnie otrzymuje się ścisłe wyrażenie definiujące wysokość ortometryczną:

9)
$$H_P^O = -\frac{W_P - W_0}{\bar{g}} .$$

Cecha geopotencjalna znajdująca się w liczniku powyższego równania nie przysparza problemów dokładnościowych. Jest ona bowiem w praktyce wynikiem iloczynu bardzo dokładnych przewyższeń otrzymanych z niwelacji precyzyjnej oraz przyspieszeń siły ciężkości otrzymanych z pomiarów grawimetrycznych, których wysoka dokładność nie jest wymagana *(Spyra, 2013).* Istnieje natomiast problem wartości znajdującej się w mianowniku powyższego równania, to znaczy, wyznaczenia przeciętnego przyśpieszenia siły ciężkości ĝ wzdłuż linii pionu. Wymaga to znajomości gęstości przypowierzchniowych warstw skorupy Ziemskiej. W celu rozwiązania tego problemu stosuje się w geodezji podejście Niethammera, bądź uproszczone podejście Helmerta. Wyznaczanie poprawek ortometrycznych nie jest objęte problematyką nieniejszej pracy dyplomowej, dlatego też nie zostaną one tutaj przedstawione, główne kierunki postepowania w obu podejściach, zostały solidnie opisane w *Niwelacji precyzyjnej (Baran i inni, 1993).*

W literaturze można znaleźć analizę błędów określenia wysokości ortometrycznych z uwagi na błędy oszacowania gęstości przypowierzchniowych warstw skorupy Ziemskiej (*Heiskanen i Moritz, 1981*). Autorzy wykazują, że dla 1 kilometrowej wysokości, przyjęcie gęstości z błędem $\delta\sigma$ =0.1 g·cm⁻³ spowoduje błąd oszacowania przeciętnego przyspieszenia siły ciężkości na linii pionu $\delta \bar{g}$ =4.2 mGala, a ten z kolei obarczy wyznaczoną wysokość ortometryczną błędem 4.2 mm.

System wysokości normalnych

Wysokości normalne zostały przedstawione w 1960 roku przez M. S. Mołodieńskiego jako część składowa nowej teorii dotyczącej wyznaczania figury Ziemi. Fragmenty tejże teorii będą stopniowo omawiane w kolejnych rozdziałach pracy. Tutaj zostaną przedstawione jedynie istotne informacje z perspektywy problematyki systemów wysokości. Niezwykle ważnym wydaje się uwydatnienie znaczenia systemu wysokości normalnych dla polskiej fundamentalnej oraz podstawowej osnowy wysokościowej, mianowicie dotychczas obowiązujący układ odniesienia wysokości Kronsztadt86 jak i Europejski Układ Odniesienia Wysokości EVRF2007 przedstawiają wysokości właśnie w systemie wysokości normalnych.

System wysokości normalnych, jest podejściem wolnym od jakichkolwiek hipotez dotyczących rozkładu mas Ziemi. Cecha geopotencjalna nie odnosi się tutaj do różnicy potencjału rzeczywistego pomiędzy geoidą W_0 i fizyczną powierzchnią Ziemi W_P . Natomiast odnosi się do różnicy potencjału normalnego pomiędzy analityczną elipsoidą ekwipotencjalną o potencjale $U_0=W_0$ i potencjału normalnego U_Q w punkcie Q linii pionu pola normalnego. W tym punkcie potencjał normalny U_Q jest równy potencjałowi rzeczywistemu na fizycznej powierzchni Ziemi $U_Q=W_P$:

10)
$$C = U_0 - U_Q = \int_0^{H^n} \gamma dH.$$

Punkt Q wykorzystany w powyższej definicji cechy geopotencjalnej, znajduje się na powierzchni telluroidy uważanej za pierwsze przybliżenie figury Ziemi. Telluroida jest powierzchnią powstałą przez odłożenie na liniach pionu pola normalnego punktów o potencjale normalnym U_Q równym potencjałowi rzeczywistemu na fizycznej powierzchni Ziemi W_P , wynika również z tego że nie jest ona powierzchnią ekwipotencjalną. Wykorzystując zależność:

11)
$$H^{n} = C/_{\overline{\gamma}} , \qquad gdzie \quad \overline{\gamma} = \frac{1}{H^{n}} \int_{0}^{H^{n}} \gamma dH ,$$

otrzymuje się bezpośredni wzór na wysokość normalną w którym $\bar{\gamma}$ oznacza przeciętną wartość natężenia normalnego pola siły ciężkości pomiędzy elipsoidą a telluroidą. Wartość $\bar{\gamma}$ wyznacza się iteracyjnie ze wzoru (*Hofmann, Moritz, 2006*)

12)
$$\bar{\gamma} = \gamma_e \left[1 - (1 + f + q - 2 \cdot f \cdot \sin^2 \varphi) \frac{(H^n)^2}{a} + \left(\frac{H^n}{a}\right)^2 \right],$$

gdzie γ_e - przyspieszeniem normalne na elipsoidzie dla danej szerokości geodezyjnej,

φ - szerokość geodezyjna,

f - spłaszczenie geometryczne elipsoidy poziomowej,

a - długość dłuższej pół osi elipsoidy,

q - stosunek przyspieszenia siły odśrodkowej do siły ciężkości na równiku. Powyższe równanie rozwiązuje się iteracyjnie względem H^n . Można również zastosować uproszczony wzór, który wykorzystuje gradient normalnego przyśpieszenia siły ciężkości $\frac{dy}{dh} = 0.3086 \frac{m^2}{s^2}$ do obliczenia normalnego przyspieszenia siły ciężkości w połowie wysokości

$$H^n = \frac{C}{\gamma_e + 0.3086 \cdot \frac{H^n}{2}}$$

Z powyższych zależności wynika, że w celu obliczenia wysokości normalnych wystarczy cechę geopotencjalną podzielić przez wartość analitycznie wyznaczanego przyśpieszenia normalnego, obliczanego dla danych współrzędnych geodezyjnych.



Rysunek 2 Wysokości normalne Mołodieńskiego (Baran i inni, 1993).

Geometryczną interpretacją wysokości normalnych jest odległości pomiędzy elipsodią poziomową, a telluroidą, wzdłuż linii pionu pola normalnego. Można rozpatrywać różnicę pomiędzy wysokością normalną H_P^n , a wysokością elispodialną h_P^{elip} rozumianą jako odległość pomiędzy elipsoidą odniesienia, a fizyczną powierzchnią Ziemi wzdłuż normalnej do tej elipsoidy. Różnica tych dwóch wielkości nazywana jest anomalią wysokości:

$$\zeta = h_P^{elip} - H_P^n \,.$$

Powyższe równanie milcząco zakłada, że jego poszczególne składniki są współliniowe, jednakże z formalnego punktu widzenia nie jest to prawdą. Otóż wysokość elipsoidalna h_p^{elip} punktu P mierzona jest wzdłuż linii prostej po normalnej do elipsoidy, natomiast wysokość normalna oraz anomalia wysokości sa mierzone wzdłuż zakrzywionej linii pionu pola normalnego (patrz rysunek nr 2). Analizując krzywiznę linii pionu pola normalnego, można oszacować, że błąd jaki wywiera przyjęcie współliniowości tych wielkości, wynosi 10⁻⁴ mm dla wysokości elipsoidalnej równej 10 km (Denker, 2013). Wpływ krzywizny linii pionu pola normalnego jest wiec zaniedbywalny. Odkładając z punktów znajdujących się na fizycznej powierzchni Ziemi wysokości normalne w dół, wzdłuż linii pionu pola normalnego (normalnych do elipsoidy), powstanie nieciągła powierzchnia zwana guasi-geoidą (bądź guasi-geoidą Mołodieńskiego). Wysokość quasi-geoida nad elipsoida odniesienia wyrażana jest przez wartość anomali wysokości ζ. Pojęcie quasi-geoidy nie ma żadnego powiązania z potencjałem siły ciężkości i dlatego stanowi jedynie pochodną dla powierzchni telluroidy. Pomimo tego, quasi-geoida odgrywa dużą rolę we współczesnej geodezji jako spoiwo łączące wysokości otrzymane z pomiarów satelitarnych z wysokościami normalnymi powszechnie używanymi na obszarze Polski. Z tej racji podejmuje się próby modelowania jej powierzchni względem danych elipsoid odniesienia, szerzej ta problematyka zostanie opisana w kolejnych działach.

2 Sieć niwelacji precyzyjnej na obszarze Polski

W części badawczej tejże pracy dyplomowej dokonano badania poprawności przebiegu trzech modeli quasi-geoid, odnoszących się do dwóch różnych układów odniesienia wysokości na obszarze Polski. Biorąc powyższe pod uwagę, w niniejszym dziale zostaną przedstawione oba wspomniane układy odniesienia wysokości, to jest układ Kronsztadt86 oraz Europejski Układ Odniesienia Wysokości EVRF2007, wraz z krótkim rysem historycznym tworzenia polskiej sieci niwelacji precyzyjnej.

2.1 Polska sieć niwelacji precyzyjnej

Pierwsze ogólnopolskie pomiary wysokościowe nazwane "I Kampanią Niwelacyjną" przeprowadzono w latach 1926 – 1937. "II Kampanię Niwelacyjną" przeprowadzono po zakończeniu II Wojny Światowej, w latach 1947 – 1950 na obszarze Ziem Odzyskanych oraz w latach 1953 – 1955 na obszarze reszty kraju. Powyższe kampanie niwelacyjne nie będą szerzej omawiane w niniejszej pracy dyplomowej.

2.1.1 III Kampania niwelacyjna

W roku 1969 rozpoczęto prace projektowe nad kolejnym pomiarem sieci niwelacyjnej I klasy na obszarze całego kraju. Abstrahując od postępującej z biegiem lat dezaktualizacji wysokości znaków z poprzedniej kampanii niwelacyjnej (1953-1955), spowodowanej pionowymi ruchami powierzchni skorupy ziemskiej, ruchami technogennymi oraz ruchami własnymi znaków w podłożu, główną przesłanką był zamiar stworzenia przez europejskie kraje socjalistyczne Jednolitej Wysokodokładnej Sieci Niwelacyjnej (JWSN), która tworzyłaby wspólną podstawową osnowę wysokościową (*Baran i inni, 1993*).

Pomiar Jednolitej Wysokodokładnej Sieci Niwelacyjnej trwał w latach 1974 – 1979. Sieć niwelacyjną dowiązano do 7 mareografów na polskim wybrzeżu współpracujących ze służbą geodezyjną, mając na uwadze badania współczesnych pionowych ruchów skorupy ziemskiej. Pomierzono przewiązania graniczne z sieciami państw sąsiadujących: z Czechosłowacją (12), z ZSRR (5) oraz z NRD (5), które były podstawą wyrównania JWSN. Po raz pierwszy w opracowaniu wyników wykorzystano oprócz porawek systemowych oraz komparacyjnych łat, poprawkę lunisolarną (dobowe zmiany kierunku linii pionu) oraz poprawkę termiczną (rozszerzalność termiczna taśmy inwarowej). Długość linii niwelacyjnych osiągneła w sumie 10 438 km. Wewnętrzną poprawność polskiej części sieci sprawdzono w niezależnym krajowym wyrównaniu, w którym uzyskano błąd średni po wyrównaniu $m_0=0.912 \text{ mm}/\sqrt{\text{km}}$. Natomiast w wyrównaniu całej sieci JWSN otrzymano błąd średni $m_0=1.15 \text{ mm}/\sqrt{\text{km}}$, przy czym jak podaje Wyrzykowski błędy średnie wyrównanych wysokości reperów na obszarze Polski zawierały się w przedziale 19 < m_{H} < 33 mm względem zera łaty wodowskazowej w Kronsztadzie (*Baran i inni, 1993*).

Następnie GUGIK zadecydował o zagęszczeniu Polskiego fragmentu JWSN, które miało miejsce w latach 1980-1982. Było to spowodowane przede wszystkim względami gospodarczymi kraju. Opracowanie wyników pomiarów zostało przeprowadzone niezmiennie względem opracowania sieci JWSN. Ostateczna długość linii niwelacyjnych wraz z siecią JWSN wyniosła 17 015 km. Przy końcowym wyrównaniu brano pod uwagę trzy warianty, jeden tyczył się wyrównania sieci jako sieci zależnej, dwa jako niezależnej. Ostatecznie, decyzją GUGIK postanowiono wyrównać sieć jako zależną względem 23 przygranicznych punktów sieci JWSN z założeniem ich błędności,

w wymiarze błędów średnich wysokości z wyrównania JWSN. W wyniku wyrównania otrzymano błąd średni m₀=0.844 mm/ $\sqrt{\text{km}}$ oraz błędy średnie wysokości reperów względem punktów nawiązania w przedziale 6.5 < m_H < 10.9 mm (*Baran i inni, 1993*).



Rysunek 3 Sieć niwelacji precyzyjnej pomierzona w czasie III Kampanii Niwelacyjnej z lat 1974-1982 (Baran i inni, 1993).

III Kampania Niwelacyjna trwała łącznie od 1974 do 1982 roku, opracowanie wyników trwało do 1986 roku i zostało przyjęte jako układ odniesienia wysokości Kronsztadt86.

2.1.2 IV Kampania niwelacyjna

"IV Kampania Niwelacyjna" została rozpoczęta w roku 1999 i zakończyła się w roku 2003. W większości pomiar wykonywany był na niezmienionych liniach niwelacyjnych z III Kampania Niwelacyjnej, których łaczna długość wyniosła 17 516 km. Pomierzono około 3000 nowo za stabilizowanych reperów, które zastąpiły zniszczone bądź niedostępne znaki wysokościowe z poprzedniej kampanii. Podczas opracowania obserwacji wprowadzano do pomierzonych komparacyjne, lunisolarne przewyższeń poprawki termiczne, oraz systemowe. W przeprowadzonym wyrównaniu wstępnym sieci nawiązanej jednopunktowo do reperu wezłowego Warszawa-Wola otrzymano bład średni $m_0=0.880 \text{ mm}/\sqrt{\text{km}}$ (Gajderowicz, 2007). Do wyrównania przyjęto wysokość reperu Warszawa-Wola według układu Kronsztadt86. Jak argumentuje Gajderowicz (tamże) w tamtym okresie nie został jeszcze zdefiniowany europejski układ wysokościowy, dlatego też GUGIK zadecydował o utworzeniu nowego układu odniesienia wysokości z narzuceniem warunku, aby wysokości reperów w tym układzie jak najmniej różniły się od wysokości reperów wyrażonych w układzie Kronsztadt86.

Analizowano dwa warianty wyrównania. W pierwszym z nich, wykonano wyrównanie sieci w nawiązaniu do granicznych punktów sieci JWSN, jak uczyniono przy wyrównaniu obserwacji

z III Kampanii Niwelacyjnej, jednakże z założeniem ich bezbłedności. Takie rozwiązanie spowodowało deformację sieci. Jak wykazuje Gajderowicz, w północnej Polsce wysokości reperów Braniewo i Dołuje w porównaniu do wysokości otrzymanych ze wstępnego wyrównania względem punktu Warszawa-Wola, różnią się odpowiednio o -48 mm oraz -41 mm. Natomiast w południowej Polsce adekwatne różnice wyniosły na reperze w Łysej Polanie +22 mm oraz na reperze w Złotym Stoku +4 mm. Dodatkowo biorac pod uwage, że w nowej sieci zostało zawartych jedynie 12 spośród 23 reperów nawiązania sieci JWSN, ten wariant wyrównania został odrzucony. Drugim wariantem wyrównania było wyrównanie sieci w nawiązaniu do jednego punktu odniesienia, narzucając mu taką wysokość, aby różnice wysokości pomiędzy wyrównaniem a wysokościami w układzie Kronsztadt86 na punktach wiekowych były jak najmniejsze. W tym wariancie nastąpiło teoretyczne oderwanie całej sieci od średniego poziomu morza. Ostatecznie przyjeto drugi wariant wyrównania, z nawiazaniem do punktu Warszawa-Wola o wysokości zmniejszonej względem wysokości w układzie Kronsztadt86 o -0.0061 m. Przyjęcie takiej wysokości punktu nawiązania pozwoliło na otrzymanie średniej różnicy pomiędzy wyrównaniem, a wysokościami w układzie Kronsztadt86 na punktach wiekowych równą zeru. Wyniki tego wyrównania stały się podstawą dla nowego układu "Kronsztad 2006", który jednak nie został oficjalnie wprowadzony na obszarze Polski.

Gajderowicz w swojej publikacji zamieszcza analizę różnic wysokości pomiędzy układem Kronsztadt06, a układem Kronsztadt86 oraz wskazuje że różnice na obszarze południowo wschodniej Polski nie są wynikami błędów pomiarowych w IV Kampanii Niwelacyjnej.



Rysunek 4 Zgeneralizowany przebieg izolinii różnicy wysokości [mm], pomiędzy układem Kronsztadt06 oraz układem Kronsztadt86 (Gajderowicz, 2007).

2.2 Europejski System Odniesienia Wysokości

2.2.1 UELN Wspólna Europejska Sieć Niwelacyjna

Wspólna Europejska Sieć Niwelacyjna stanowi połączenie sieci niwelacji precyzyjnej poszczególnych państw europejskich. Wyrównania tejże sieci stały się fundamentem Europejskich Układów Odniesienia Wysokości (EVRF2000 oraz EVRF2007).

Pomiary wysokościowe na których opierały się rozwiązania Wspólnej Europejskiej Sieci Niwelacyjnej o akronimach UELN55 oraz UELN73/86 dotyczące obszaru Europy Zachodniej były przeprowadzane odpowiednio w latach 1954-1963 oraz 1973–1986, czyli niemal jednocześnie z międzynarodowymi pomiarami wysokościowymi w bloku państw socjalistycznych. W obu rozwiązaniach wyrównaniu podlegały różnice potencjału siły ciężkości pomiędzy reperami, odniesione do Normalnego Poziomu Amsterdamu *(hol. Normaal Amsterdam Peil - NAP)* realizowanego przez reper w Amsterdamie. Porównanie wyników obu wyrównań pozwoliło na analizę pionowych ruchów skorupy ziemskiej na obszarze Europy Zachodniej.

W 1994 roku wznowiono prace nad Wspólną Europejską Siecią Niwelacyjną pod nazwą UELN95. Zgodnie z Uchwała nr 3 Podkomisji EUREF ogłoszonej na konferencji w 1994 roku w Warszawie, celem projektu UELN stało się założenie jednolitego zbioru danych wysokościowych dla Europy, o dokładnościach w granicach jednego decymetra wraz z jednoczesnym rozszerzeniem sieci UELN na kraje Europy Wschodniej, w tym Polskę. W sieci UELN95/98 wykorzystano nowe pomiary państwowych sieci niwelacyjnych Niemiec, Austrii, Holandii oraz włączono sieci podstawowe Polski, Czech, Węgier, Słowenii, Słowacji, Bośni i Hercegowiny, Chorwacji, Czarnogóry, oraz Wojwodiny. Polska przekazała do centrum UELN różnice potencjału siły ciężkości oparte na przewyższeniach z III Kampanii Niwelacyjnej. Jedynie dane wysokościowe z Norwegii, Finlandii i Szwecji zostały zredukowane do epoki 1960. Do wyrównania przyjęto wagi poszczególnych różnic geopotencjału otrzymane z estymacji wariancji obserwacji. Dołączenie odznaczających się wysoką dokładnością sieci niwelacyjnych krajów Europy Wschodniej, oraz wymiana starych bloków państwowych sieci niwelacyjnych krajów Europy Zachodniej na nowe znacznie poprawiło ogólną dokładność rozwiązania UELN95/98. Błąd średni jednego kilometra niwelacji dla całej sieci wyniósł 1.10 kGal-mm, a średnia wartość odchylenia standardowego wyrównanych cech geopotencjalnych wyniosła 19.64 kGal-mm.

2.2.2 EUVN Europejska Pionowa Sieć Odniesienia

Podczas prac nad UELN95/98, Podkomisja do spraw Regionalnych Układów Odniesienia *(EUREF)* Międzynarodowej Asocjacji Geodezyjnej *(IAG)* zaleciła w 1995 roku, próbę połączenia Jednolitej Wysokodokładnej Sieci Niwelacyjnej (Europa Wschodnia), Wspólnej Europejskiej Sieci Niwelacyjnej (Europa Zachodnia) oraz sieci mareografów za pomocą międzynarodowej kampanii satelitarnej o akronimie European Vertical Reference Network *(EUVN)*. Głównym celem projektu EUVN było ujednolicenie zróżnicowanych na obszarze Europy układów odniesienia wysokości z kilku centymetrową dokładnością oraz połączeniem wysokości elipsoidalnych z wysokościami otrzymanymi z niwelacji w celu modelowania przebiegu geoidy na obszarze Europy. Dodatkowo projekt EUVN uznawany był za pierwszy krok do stworzenia kinematycznego systemu odniesienia wysokości w Europie.

W celu wyznaczenia wysokości punktów sieci EUVN Podkomisja EUREF zaleciła aby każdy z punktów EUVN był bezpośrednio nawiązany z przynajmniej jednym, najbliższym punktem węzłowym krajowej sieci wysokościowej, lub reperem na linii niwelacyjnej pomiędzy dwoma punktami węzłowymi. Pomiary wysokościowe miały być wykonane z dokładnością odpowiadającą niwelacji precyzyjnej 1 klasy.

Wszystkim punktom biorącym udział w kampanii pomiarowej EUVN w 1997 roku, wyznaczono trójwymiarowe współrzędne w Międzynarodowym Ziemskim Układzie Odniesienia *(ITRF96)* na epokę 1997.4, a po zakończeniu prac nad UELN95/98 przypisano cechy geopotencjalne oraz obliczone na ich podstawie wysokości normalne. W skład sieci EUVN weszło 217 stacji, w tym 37 stacji pełniących funkcję punktów nawiązania w układzie ITRF96. Na obszarze Polski w skład sieci EUVN weszły: 3 stacje mareograficzne, 4 stacje permanentne EUREF oraz 3 punkty węzłowe dawnej sieci JWSN.

2.2.3 Europejski System Odniesienia Wysokości - EVRS2000

Przed przystąpieniem do omawiania problematyki niniejszego rozdziału, należy uporządkować pojęcia systemu odniesienia oraz układu odniesienia. Systemem odniesienia nazywamy zbiór ustaleń i zaleceń wraz z opisem modeli niezbędnych do zdefiniowania początku, skali, oraz orientacji układów odniesienia. Natomiast układ odniesienia jest praktyczną realizacją systemu odniesienia, na który składają się wyznaczone z obserwacji parametry układu oraz ich zmienność w czasie. Wyróżniamy statyczne i dynamiczne układy odniesienia. Układy statyczne stanowią jedynie zbiór współrzędnych, natomiast układy dynamiczne oprócz współrzędnych posiadają informację o zmianie tych współrzędnych w czasie.

Europejski System Odniesienia Wysokości *(ang. European Vertical Reference System)* jest powiązanym z polem grawitacyjnym Ziemi systemem odniesienia wysokości. System *EVRS* jest definiowany przez następujące konwencje:

 Powierzchnią odniesienia jest powierzchnia ekwipotencjalna przechodząca przez poziom NAP, dla której potencjał siły ciężkości Ziemi W₀^{NAP} jest równy potencjałowi normalnemu średniej elipsoidy ziemskiej U₀:

$$W_0^{NAP} = U_0$$

2. Wysokości są podawane w formie przyrostów potencjału siły ciężkości ΔW_P , pomiędzy potencjałem rzeczywistym Ziemi w punkcie P, a potencjałem W_0^{NAP} :

$$\Delta W_P = c_P = W_0^{NAP} - W_P$$
 ,

wysokości normalne są równoważne z przyrostami potencjału siły ciężkości, dla określonej elipsoidy odniesienia;

3. EVRS to system zerowego pływu, zgodnie z rezolucją nr 9 oraz rezolucją nr 16 IAG z Hamburga 1993 r.

Europejski Układ Odniesienia Wysokości 2000

Europejski System Odniesienia Wysokości został zrealizowany przez liczby geopotencjalne oraz wysokości normalne punktów węzłowych Wspólnej Europejskiej Sieci Wysokościowej 95/98 (UELN95/98) rozszerzonej o podstawowe sieci wysokościowe Litwy, Łotwy i Estonii. Poziomem zerowym układu EVRF2000 jest poziom NAP:

$$c_{NAP} = 0 \; .$$

Wysokości normalne układu EVRF2000 odnoszą się do elipsoidy GRS80. Narzuca się aby potencjał normalny elipsoidy GRS80 oraz potencjał siły ciężkości poziomu NAP były sobie równe:

16) $W_{NAP}^{rzeczywiste} = U_{0,GRS80} .$

Definicja Europejskiego Systemu Odniesienia Wysokości ustala, że EVRS jest systemem zerowego pływu. Oznacza to, że stała deformacja skorupy Ziemskiej spowodowana oddziaływaniem potencjału deformacyjnego zostaje zachowana, natomiast eliminuje się potencjał pływowy (*szerzej ta problematyka została omówiona w rozdziale 5.3*). Układ EVRF2000 nie realizuje tego wymogu. Do centrum obliczeniowego UELN zostały przesłane dane wysokościowe w różnych systemach pływowych, które nie były znane i centrum UELN nie było wstanie uwzględnić poprawek pływowych. Dlatego też system pływowy układu EVRF2000 nie został określony, zakłada się że w większości odpowiada systemowi średniego pływu.



Rysunek 5 Izolinie wartości błędu średniego wysokości w układu EVRF2000 (UELN95/98 rozszerzony o Litwę, Łotwę i Estonię) [Augath i Ihde, 2002].

Analizując rozkład błędów wysokości w układzie EVRF2000 na obszarze Europy, dochodzi się do następujących wniosków:

- Polska wraz z krajami Europy Centralnej przekazały do centrum UELN sieci niwelacji precyzyjnej cechujące się wysoką dokładnością;
- Włochy, Francja oraz Hiszpania posiadają sieci niwelacji precyzyjnej o niskiej dokładności, o czym świadczy duże zagęszczenie izolinii błędu średniego;
- duże błędy średnie wysokości reperów sieci portugalskiej są wynikiem słabej dokładności sieci francuskiej oraz hiszpańskiej;

- brak bezpośredniego połączenia Wielkiej Brytanii z siecią niwelacyjną precyzyjnej na kontynencie, powoduje bardzo duże niepewności wysokości reperów na wyspie;
- brak zamkniętego poligonu niwelacyjnego wokół Morza Bałtyckiego oraz niewystarczające połączenie pomiędzy Danią i Szwecją rzutują na bardzo szybką propagację wartości błędu wysokości na obszarze Skandynawii;
- niewystarczające połączenie UELN Litwy, Łotwy i Estonii, które opera się jedynie na połączeniach granicznych z Polską, negatywnie wpływa na dokładność sieci.

2.2.5 Europejski System Odniesienia Wysokości - EVRS2007

W 2007 roku na sympozjum komisji EUREF w Londynie stwierdzono, że Europejski System Odniesienia Wysokości (EVRS2000) w formie w jakiej został zaakceptowany na sympozjum EUREF w 2000 r. nie spełnia wymogów ogólnoeuropejskiego systemu odniesienia wysokości. Zalecono przygotowanie wymagań technicznych dla nowego systemu EVRS2007 oraz jego realizacji EVRF2007. Komisja podkreśliła również, że od czasu wdrożenia EVRF2000 wiele państw europejskich wykonało nowe pomiary krajowych podstawowych osnów niwelacyjnych, co winno pozytywnie wpłynąć na dokładność nowego rozwiązania EVRF2007. Trzeba zaznaczyć, że wśród tych państw znalazła się również Polska, która dostarczyła do centrum UELN dane dotyczące zmodernizowanej osnowy wysokościowej, będącej wynikiem IV Kampanii Niwelacyjnej.

Europejski System Odniesienia Wysokości 2007 (EVRS2007) jest kinematycznym systemem odniesienia wysokości, obracającym się wraz z Ziemią, odnoszącym się do ziemskiego pola siły ciężkości na powierzchni oraz ponad powierzchnią Ziemi. W systemie EVRS punkty posiadają wartości geopotencjału odnoszące się do powierzchni odniesienia oraz współrzędne trójwymiarowe w określonym Ziemskim Systemie Odniesienia (TRS). EVRS jest definiowany następującymi konwencjami:

- Powierzchnią odniesienia jest powierzchnia ekwipotencjalna, która przebiega przez poziom NAP w Amsterdamie W₀=W_{NAP};
- Jednostką długości jest metr (SI), a jednostką czasu jest sekunda (SI). Skala jest spójna z Geocentryczną Skalą Czasu (*TCG*), zgodnie z rekomendacjami Międzynarodowej Unii Astronomii (*IAU*) oraz Międzynarodowej Unii Geodezji i Geofizyki (*IUGG*) z 1991 roku;
- 3. Wysokości są podawane w formie przyrostów potencjału siły ciężkości ΔW_P , pomiędzy potencjałem rzeczywistym Ziemi w punkcie P, a potencjałem $W_0=W_{NAP}$:

$$\Delta W_P = c_P = W_{NAP} - W_P$$

wysokości normalne są równoważne z przyrostami potencjału siły ciężkości, dla określonej elipsoidy odniesienia;

4. EVRS to system zerowego pływu, zgodnie z rezolucją nr 9 oraz rezolucją nr 16 IAG z Hamburga 1993 r.

Mając na uwadze powyższe, należy podkreślić błędny zapis rozporządzenia Rady Ministrów z 15 października 2012 r. w sprawie państwowego systemu odniesień przestrzennych w którym zamieszczono zapis:

§ 3. pkt. 1 Państwowy system odniesień przestrzennych tworzą:

§ 3. pkt. 1 ust. 2 układy wysokościowe oznaczone symbolami PL-KRON86-NH i PL-EVRF-NH, będące matematyczną i fizyczną realizacją europejskiego ziemskiego systemu odniesienia EVRS;

Zapis ten, sugerujący że układ Kronsztadt86 jest realizacją Europejskiego Systemu Odniesienia Wysokości, jest bezsprzecznie błędem, a ponadto zaprzeczeniem §2 tegoż rozporządzenia:

§ 2. pkt. 2 EVRS – rozumie się przez to kinematyczny, europejski system wysokościowy, wykorzystujący różnice potencjału siły ciężkości odniesione do poziomu odniesienia Amsterdam lub odpowiadające im wysokości normalne, zatwierdzony rezolucją nr 5 podkomisji EUREF w Tromso w 2000 roku.

Europejski Układ Odniesienia Wysokości - EVRF2007

Układ ETRF2007 to nowa realizacja Europejskiego Systemu Odniesienia Wysokości, który został wyznaczony przez wyrównanie liczb geopotencjalnych. W poprzednim rozwiązaniu UELN95/98, bedacym fundamentem dla układu EVRF2000, poziom NAP był praktycznie realizowany poprzez nawiązanie do holenderskiego punkt referencyjnego o numerze 000A2530, który nie został uwzględniony w niedawno przeprowadzonej V Kampanii Niwelacyjnej Holandii. Z tego wzgledu reper, który stanowił nawiazanie dla rozwiazań UELN od wyrównania UELN55, nie mógł zostać punktem nawiazania dla nowej sieci. W klasycznym podejściu jedno- lub dwuwymiarowe sieci geodezyjne opierają się na jednym punkcie nawiązania oraz parametrach wiążących go z fizyczna Ziemia, natomiast, nowoczesne trójwymiarowe sieci geodezyjne (np. satelitarna sieć European Permanent Network) są realizowane poprzez równomiernie rozmieszczone stacie odniesienia. Tak wiec stwierdzono, że nowe rozwiazanie EVRS to odpowiedni moment na przejście z nawiązania jednopunktowego na nawiązanie wielopunktowe. Z tych względów, dokonano ponownego zdefiniowania poziomu NAP poprzez zespół dobrze stabilizowanych, równomiernie rozmieszczonych po obszarze Europy znaków wysokościowych. W tym celu wpasowano nowe wyrównanie UELN w rozwiązanie EVRF2000, poprzez wybór grupy punktów oraz wprowadzenie ich liczb geopotencjalnych z rozwiązania UELN95/98 do wyrównania nowej sieci. Dokonano tego wprowadzając do wyrównania warunek:

18)
$$\sum_{i=1}^{n} (c_{P_i 2007} - c_{P_i 95/98}) = 0$$

Niezwykle istotnym było, aby wybrane punkty znajdowały się na stabilnej części płyty euroazjatyckiej. W grudniu 2006 roku przewodniczący EUREF rozesłał wszystkim państwom



Rysunek 6 Proponowane punkty nawiązania sieci EVRF2007 (Ihde i inni, 2008).

uczestniczących w projekcie UELN listy z prośbą o zaproponowanie punktów nawiązania dla nowego wyrównania UELN. Rysunek 6 ukazuje zaproponowane punkty odniesienia. Ostatecznie wybrano wszystkie 13 punktów wspieranych przez centrum UELN, w tym jeden w Polsce.

Wprowadzając do wyrównania warunek (równanie 18) należy zwrócić uwagę na system pływowy, w którym została podana wartość liczb geopotencjalnych. System EVRS2000 z definicji był systemem zerowego pływu, jednakże wartości liczb geopotencjalnych $c_{P_i95/98}$ użytych do jego realizacji w wyrównaniu UELN95/98 nie były redukowane ze względu na efekty pływowe i można przyjąć, że wprost odnoszą się do systemu średniego pływu. To założenie jest prawdziwe dla grupy ostatecznie wybranych punktów odniesienia dla układu EVRF2007. Dlatego też należy uważać przyrosty wartości potencjału siły ciężkości $c_{P_i95/98}$ jako wyrażone w systemie średniego pływu.

Kolejnym problemem było przyjęcie systemu pływowego dla poziomu NAP. Z jednej strony poziom NAP ściśle odnosi się do poziomu morza, a dokładniej do średniego górnego pływu w Amsterdamie w 1684 r. i z tego powodu powinien zostać uznany za odnoszący się do systemu średniego pływu. Jednakże z drugiej strony, system EVRS2000 z definicji był systemem zerowego pływu, co implikuje że również za taki powinien zostać uznany poziom NAP. Ostatecznie zdecydowano się na drugą możliwość, argumentując ją dążeniem do uzyskania jak najmniejszej różnicy pomiędzy rozwiązaniami EVRF2000 a EVRF2007. Biorąc pod uwagę powyższe stwierdzenia Równanie 18 przyjmuje następującą postać:

19)
$$\sum_{i=1}^{n} (c_{P_i 2007} - (c_{P_i 95/98} + W_2(\varphi_{P_i}) - W_2(\varphi_{NAP})) = 0$$

gdzie $c_{P_i95/98}$ jest wartością geopotencjalną punktu odniesienia P_i w układzie EVRF2000, $W_2(\varphi_{P_i})$ to wartość pozwalająca na przejście z systemu średniego pływu do systemu zerowego pływu, która jest obliczana dla szerokości geodezyjnej φ_{P_i} punktu P_i , natomiast $W_2(\varphi_{NAP})$ jest odpowiadającą jej poprawką do poziomu NAP, obliczoną dla szerokości geodezyjnej punktu 000A2530.

Przeprowadzono wiele wstępnych wyrównań, w których wykorzystywano różne kombinacje punktów odniesienia. Zmiany wysokości na punktach całej sieci spowodowane różnymi zestawieniami punktów nawiązania oscylowały w przedziale od 1 do 5 mm. W ostatecznym rozwiązaniu przyjęto 13 z 20 zaproponowanych punktów nawiązania, w tym punkt w Obserwatorium Geodezyjno-Geofizycznym IGIK w Borowej Górze. Pozostałe punkty odrzucono z następujących powodów:

- Wielka Brytania zaproponowała 2 punkty, jednakże obecnie wyspa jest połączona z kontynentem jedynie jedną niepewną wartością przewyższenia, która nie zapewnia odpowiedniej dokładności.
- Francja oraz Hiszpania posiadają nieaktualne sieci niwelacyjne, które nie zapewniają odpowiedniej dokładności oraz negatywnie wpływają na dokładność sieci Portugalii w ogólnoeuropejskim rozwiązaniu.

Sieć europejska biorąca udział w wyrównaniu UELN jest sklejana z różnych państwowych osnów wysokościowych będących przedmiotami pomiarów niwelacyjnych w różnych latach. Ma to duże znaczenie szczególnie dla krajów skandynawskich, których obszary ulegają ruchom postglacjalnym. Na początku XX wieku kraje skandynawski odnowiły swoje sieci niwelacyjne, a Nordycka Komisja Geodezyjna *(NKG)* dokonała wspólnego wyrównania danych niwelacyjnych

krajów bałtyckich pod nazwą BLR2000. Wyrównaniu podlegały sieci Finlandii, Norwegii, Szwecji, Danii, Holandii, Polski, Estonii, Litwy, Łotwy oraz części Niemiec. Wszystkie dane zostały zredukowane na epokę 2000 poprzez wykorzystanie modelu wypiętrzenia NKG2005LU. Model ten został wykorzystany podczas realizacji układu EVRF2007, przy czym rozważano trzy warianty redukcji danych:

- redukcja danych wysokościowych z Finlandii, Norwegii oraz Szwecji,
- redukcja danych wysokościowych z Finlandii, Norwegii, Szwecji oraz Danii,
- redukcja danych wysokościowych wszystkich państw nadbałtyckich wchodzących w skład EVRF2007.

W ostatecznym rozwiązaniu EVRF2007 zdecydowano się na redukcję danych według trzeciego wariantu. Jest to jedyny element sieci świadczący o realizacji EVRS jako kinematycznego systemu odniesienia wysokości. Pozostała część sieci EVRF2007 ma charakter statyczny.

Oficjalne prace nad układem EVRF2007 zostały zakończone w 2008 roku. Analiza wyników wykazała otrzymanie błędu średniego 1 km niwelacji na poziomie 1.11 kGal•mm oraz średniego błędu wysokości reperów równego 16.05 kGal•mm. Wysokości z tego wyrównania zgodnie z rozporządzeniem Rady Ministrów z 14 listopada 2012 roku w sprawie państwowego systemu odniesień przestrzennych należy zaadaptować do praktycznego zastosowania najpóźniej do końca 2019 roku:

§ 24. 1. Układ wysokościowy PL-KRON86-NH stosuje się do czasu wdrożenia układu wysokościowego PL-EVRF2007-NH na obszarze całego kraju, nie dłużej nie do dnia 31 grudnia 2019 roku.

Należy jednak podkreślić, przed dniem pełnej adaptacji układu EVRF2007 na obszarze Polski, podkomisja EUREF może oficjalnie zatwierdzić nowsze rozwiązanie systemu EVRS – EVRF(xx). Świadczy o tym niedawno zaprezentowane wyrównanie UELN2012.

2.2.6 Rozwój europejskiej sieci niwelacji precyzyjnej

Na zjeździe podkomisji EUREF w 2012 roku w Paryżu, został przedstawiony rozwój prac na europejską siecią niwelacyjną po wprowadzeniu układu EVRF2007. Nowe wyrównanie o akronimie UELN2012 zawiera udostępnioną przez Rosję, europejską część rosyjskiej sieci niwelacyjnej oraz nowe dane wysokościowe z pomiarów Łotwy i Hiszpanii. Nowe dane niwelacyjne mają duże znaczenie, ponieważ dotyczą zamknięcia poligonu niwelacyjnego wokół Morza Bałtyckiego co znacząco wpłynie na wszystkie państwa nadbałtyckie (głównie skandynawskie) oraz dotyczą Łotwy która poprawiając dokładność swojej sieci niwelacyjnej również wpłynie na poprawę dokładności poligonu wokoło bałtyckiego. Nowa sieć niwelacji precyzyjnej Łotwy cechuje się wielkością błędu jednego kilometra niwelacji 0.74 kGal·mm, co stanowi ponad dwukrotne zwiększenie dokładności w porównaniu do sieci łotewskiej zawartej w rozwiązaniu EVRF2007, w którym ów błąd wynosił 1.72 kGal·mm.

Udostępnione przez Rosję dane niwelacyjne pozwalające na zamknięcie bałtyckiego poligonu niwelacyjnego, wprowadziły do sieci UELN dwa przewiązania graniczne z Estonią, jedno przewiązanie graniczne z Łotwą oraz 8 przewiązań granicznych z Finlandią. Dane niwelacyjne dotyczące Obwodu Kaliningradzkiego zostały przekazane wcześniej i użyte w rozwiązaniu EVRF2007. Należy jednak podkreślić, że dane rosyjskie obarczone są względnie dużymi błędami. Błąd jednego kilometra niwelacji przekazanej części rosyjskiej sieci niwelacyjnej wynosi 2.03 mm/km. Przewiązania graniczne z Litwą, Łotwą, Estonią i Polską pochodzą z czasów

pomiarów Jednolitej Wysokodokładnej Sieci Niwelacyjnej (ponad 40 lat), co analizując pod kątem pionowych ruchów postglacjalnych negatywnie wpływa na ich aktualność. Wypiętrzenia postglacjalne również rzutują na dokładność pozostałej części sieci Rosyjskiej, głownie ze względu na brak informacji o epokach pomiaru danych linii niwelacyjnych.



Rysunek 7 Przebieg linii niwelacyjnych wykorzystanych w rozwiązaniu UELN2012 (Sacher i inni, 2012).

Niwelacyjny poligon wokoło bałtycki łączący linie niwelacyjne ze wszystkich krajów nadbałtyckich osiągnął długość 7052 km. Zgodnie z przyjętym wzorem na dopuszczalną wartość niezamknięcia poligonu niwelacyjnego:

$$Z_U = \pm 2 \cdot \sqrt{U} ,$$

w którym parametr *U* wyraża długość w kilometrach, nieprzekraczalna wartości niezamknięcia poligonu wokoło bałtyckiego wynosi Z_U = 168 mm. Wykorzystując użyty w realizacji układu EVRF2007 model ruchów pionowych NKG2005LU, zredukowane dane wysokościowe na epokę 2000 wykazały niezamknięcie poligonu wokoło bałtyckiego o wartości 46 mm.

W tabeli 1 przedstawiona została charakterystyka układu EVRF2000, EVRF2007 oraz wyrównania UELN2012. Obecny stan sieci UELN nie wskazuje na rozpoczęcie prac nad nowym rozwiązaniem systemu EVRS, jednakże postęp jaki został poczyniony na przestrzeni kilku lat oraz:

- wyrażeniu przez Białoruś i Ukrainę chęci przekazania danych niwelacyjnych do UELN;
- powtórnym pomiarze niemieckiej podstawowej sieci niwelacyjnej;
- nowych danych z pomiarów wysokościowych Francji oraz Włoch;
- chęci dołączenia Czarnogóry do UELN;

sugeruje szybki rozwój sieci oraz potrzebę nowego oficjalnego rozwiązania.

Tabela 1 Porównanie parametrów poszczególnych rozwiązań centrum UELN (Sacher i inni, 2012).

Parametr	EVRF2000	EVRF2007	UELN2012
Liczba punktów nawiązania	1	13	13
Liczba niewiadomych	3063	7939	8318
Liczba obserwacji	4263	10347	10834
Liczba równań warunkowych	0	1	1
Liczba stopni swobody	1200	2409	2517
Błąd średni 1 km niwelacji po wyrównaniu	1.10 kgal∙mm	1.11 kgal·mm	1.19 kgal∙mm
Średni błąd wysokości reperów po wyrównaniu	19.64 kgal∙mm	16.05 kgal∙mm	16.36 kgal∙mm

4 Modele geoidy

Modele geoidy służą do precyzyjnego określania geometrycznego związku pomiędzy powierzchnią geoidy oraz elipsoidą odniesienia. Związek ten jest wykorzystywany w pracach geodezyjnych, geologicznych, geofizycznych i oceanograficznych *(Kryński, 2007)*. W ostatniej dekadzie znajomość precyzyjnego modelu geoidy, określającego jej przebieg względem elipsoidy odniesienia, urósł do kluczowej rangi ze względu na szerokie zastosowanie technik precyzyjnego pozycjonowania przy użyciu globalnych systemów nawigacyjnych. Systemy te wymagają wykorzystania informacji o przebiegu geoidy (quasi-geoidy) w celu przeliczenia matematycznych wysokości elipsoidalnych na wysokości fizyczne: ortometryczne bądź normalne:

21)
$$h^{elips} = H^{orto} + N = H^{norm} + \zeta ,$$

gdzie, N i ζ oznaczają odpowiednio wyniesienie geoidy oraz wyniesienie quasi-geoidy ponad elipsoidą odniesienia. Powyższe równanie można przekształcić, otrzymując zależność pomiędzy undulacją geoidy, a anomalią wysokości (pomijając odchylenia pionu) (Barlik, 1996):

22)
$$(N-\zeta) = \frac{\bar{g}-\bar{\gamma}}{\bar{\gamma}} \cdot H = \frac{H}{\gamma} \cdot Ag_B - \frac{H^2}{2\gamma} \cdot \left(\frac{\delta Ag_{WP}}{\delta h}\right),$$

gdzie: Ag_B - anomalia Bougera, Ag_{WP} - anomalia wolnopowietrzna.

Różnica $(N - \zeta)$ osiąga wielkość od kilku centymetrów do decymetra na obszarach niskich gór, wielkość około 3-5 dm dla wysokich gór (np. dla Alp), do nawet 3 m w Himalajach. Powyższa zależność została wykorzystana w dwóch niżej omawianych modelach, do przeliczania wysokości geoidy na wysokości quasi-geoidy. Warto nadmienić, że w celu zachowania zgodności pomiędzy undulacjami geoidy a wysokościami ortometrycznymi, w powyższym równaniu należy wykorzystać te same hipotezy o rozkładzie wewnętrznym gęstości mas Ziemi, co w obliczeniach dotyczących poprawek ortometrycznych. Pominięcie odchyleń pionu dotyczy braku współliniowości porównywanych wielkości. Wysokości normalnej wzdłuż linii pionu pola normalnego, undulacje geoidy (wysokości ortometryczne) wzdłuż rzeczywistych linii pionu. Można zakładać współliniowość powyższych wielkości, mając na uwadze, że dla stacji położonej na wysokości 10 km (*Denker, 2013*):

- różnicę pomiędzy wysokością normalną, a wysokością elipsoidalną, obliczoną na podstawie zakrzywienia linii pionu pola normalnego, szacuje się na 10⁻⁴ mm;
- różnicę pomiędzy wysokością ortometryczną, a wysokością elipsoidalną, obliczoną na podstawie średnich odchyleń pionu, szacuje się na 0.4 mm.

Modelowania przebiegu geoidy dokonuje się wieloma metodami, najbardziej znanymi są metoda grawimetryczna oraz metoda astronomiczno-geodezyjna. W niniejszym dziale pokrótce zostanie zaprezentowany algorytm obliczeń przebiegu geoidy metodą grawimetryczną, wraz z podstawami teoretycznymi technik *odejmij – oblicz – przywróć* (ang. *remove – compute – restore*), która została wykorzystana przy modelowaniu grawimetrycznych modeli quasi-geoidy *quasi97b* oraz European Gravimetric Geoid 2008 (EGG2008).

4.1 Modelowanie geoidy metodą grawimetryczną

Modelowanie powierzchni geoidy metodą grawimetryczną, swoje podstawy bierze w rozwijaniu potencjału siły ciężkości w szereg funkcji sferycznych harmonicznych oraz rozwiązywaniu brzegowych zagadnień teorii potencjału. W tym kontekście, rozwiązaniem zagadnienia brzegowego jest odnalezienie funkcji harmonicznej V w przestrzeni zewnętrznej pewnej powierzchni granicznej. Geodezyjne zagadnienia brzegowe wprost tyczą się determinacji figury oraz pola siły ciężkości Ziemi, na podstawie obserwacji geodezyjnych, to znaczy: obserwacji grawimetrycznych, obserwacji astronomicznych, różnic potencjału wynikających z pomiarów niwelacyjnych oraz grawimetrycznych, a także pomiarów satelitarnych. Obszerne omówienie problematyki zagadnień brzegowych, można znaleźć np.: w publikacji (*Heck, 1997*), zagadnienia te nie dotyczą tematyki tejże pracy dyplomowej i nie będą tutaj omawiane. Z punktu widzenia niniejszej pracy dyplomowej, dość ważne wydaje się jednak powierzchowne nakreślenie dwóch rozwiązań problemów brzegowych tyczących się analizowanych modeli geoid. To znaczy rozwiązania zagadnienia brzegowego, według :

- 1. koncepcji Stokesa (Geoida Niwelacyjna 2001 quasi97b), oraz;
- 2. koncepcji Molodenskiego (European Gravimetric Quasi-geoid 2008).

4.1.1 Rozwiązanie zagadnienia brzegowego według koncepcji Stokesa

Stokes jako pierwszy podał rozwiązanie zagadnienia brzegowego, które polega na wyznaczeniu potencjału zakłócającego na geoidzie, na podstawie danych grawimetrycznych. Jego teoria ma dwa fundamentalne warunki, które wpływają na cały algorytm: po pierwsze wartości grawimetryczne muszą odnosić się do geoidy (powierzchni granicznej), a także w zewnętrznej przestrzeni geoidy nie mogą istnieć jakiekolwiek masy. Implikuje to konieczność matematycznego wyeliminowania topografii Ziemi ponad geoidą, a także zredukowania obserwacji geodezyjnych z powierzchni Ziemi na geoidę. W praktyce do wyeliminowania topografii bardzo często wykorzystuje się drugą kondensację Helmerta, która w teorii polega na skondensowaniu mas znajdujących się ponad geoidą w nieskończenie cienkiej powierzchni na geoidzie. Poszczególne etapy algorytmu, można przedstawić następująco (*Denker, 2013*):

- 1. analityczne usunięcie mas ponad geoidą, tj. odjęcie wartości przyśpieszenia siły ciężkości generowanego przez te masy $[A_P]$ od wartości pomierzonej na fizycznej powierzchni Ziemi;
- 2. przesunięcie stacji pomiarowej z fizycznej powierzchni Ziemi na geoidę za pomocą redukcji wolno-powietrznej **[F]**;
- skondensowanie wyrugowanych mas na geoidzie oraz przywrócenie ich wpływu na wartość przyśpieszenia siły ciężkości stacji pomiarowej na geoidzie [A_P^c];
- 4. obliczenie wpływu efektu pośredniego na wartość przyśpieszenia siły ciężkości $[\delta g_{ind}]$, co odpowiada redukcji z geoidy na cogeoidę;
- 5. obliczenie anomalii grawimetrycznych na cogeoidzie:

$$\Delta g^{C} = g_{P} - A_{P} + F + A_{P}^{C} + \delta g_{ind} - \gamma_{0} ;$$

6. obliczenie potencjału zakłócającego na cogeoidzie z wykorzystaniem funkcji Stokesa:

24)
$$T = \frac{R}{4\pi} \iint_{(\sigma)} \Delta g^C S(\psi) \, d\sigma = S(\Delta g^C) ,$$

7. wyznaczenie potencjału zakłócającego na geoidzie poprzez uwzględnienie efektu pośredniego:

25)
$$T^0 = S(\Delta g^C) + \delta T_{ind};$$

8. Wykorzystanie wzoru Brunsa do wyznaczenia undulacji geoidy:

$$N = \frac{T^0}{\gamma_0} \,.$$

Jak zostało powyżej przedstawione, modelowanie potencjału zakłócającego na geoidzie jest algorytmem wymagającym wykorzystania hipotez o rozkładzie gęstości mas pomiędzy fizyczną powierzchnią Ziemi, a geoidą. Jest to jedna z wad powyższego algorytmu.

4.1.2 Rozwiązanie zagadnienia brzegowego według koncepcji Mołodieńskego

Geodezyjne zagadnienie brzegowe sformułowane przez Mołodieńskiego bazuje na wykorzystaniu obserwacji grawimetrycznych na powierzchni Ziemi. W przeciwieństwie do zagadnienia Stokesa, nie są tutaj wymagane założenia o rozkładzie mas wewnątrz Ziemi. Natomiast, powierzchnią graniczną jest telluroida (patrz rozdział 1.2), do której odniesione są warunki brzegowe oraz dane grawimetryczne. Zagadnienie Mołodieńskiego może zostać rozwiązane na wiele sposobów (*Moritz, 1980*). Jednym z nich jest zredukowanie anomalii grawimetrycznych Δg z powierzchni telluroidy na powierzchnię poziomową pola normalnego, przebiegającą przez daną stację obserwacyjną P. Następnie wykorzystuje się całkę Stokesa oraz zredukowane anomalii grawimetryczne $\Delta g'$ do wyznaczenia potencjału zakłócającego w punkcie P:

27)
$$T_P = S(\Delta g') = S(\Delta g) + \sum_{n=1}^{\infty} S(g_n),$$

gdzie wielkość g_n jest korektą ze względu na wykorzystanie w obliczeniach danych nieznajdujących się na powierzchniach poziomowych, nazywaną zazwyczaj parametrem korekcyjnym Mołodieńskiego. Jak wynika z powyższego, główne obliczenia w zagadnieniu brzegowym Mołodieńskiego są wykonywane przy pomocy całki Stokesa, natomiast parametry korekty Molodenskiego uwzględniają jedynie wertykalne położenie danych wejściowych. Rozwiązanie oparte na rozwinięciu korekty Molodenskiego do pierwszego stopnia, n = 1, jest często nazywane rozwiązaniem gradientowym (*Denker*, 2013):

28)
$$T_P \approx S(\Delta g + g_1) = S\left(\Delta g - \frac{\delta \Delta g}{\delta h} (H^N - H_P^N)\right) \,.$$

Ostatecznym wynikiem rozwiązanego zagadnienie brzegowego Mołodieńskiego są anomalie wysokości $\boldsymbol{\zeta}$, które otrzymuje się podstawiając obliczony potencjał zakłócający do równania Brunsa (*Denker, 2013*):

.

$$\zeta_P = \frac{T_P}{\gamma_Q} - \frac{W_0 - U_0}{\gamma_Q}$$

Zaletą modelowania potencjału zakłócającego na fizycznej powierzchni Ziemi oraz związanych z nim anomalii wysokości, jest wykorzystywanie obserwacji grawimetrycznych z powierzchni Ziemi oraz przestrzeni jej otaczającej. Wyklucza to potrzebę wykorzystywania hipotez o rozkładzie mas wewnątrz Ziemi.

4.1.3 Technika odejmij – oblicz – przywróć

Modelowanie potencjału zakłócającego (geoidy/quasi-geoidy) zazwyczaj opiera się na dyskretnym zbiorze punktów, które przedstawia pomierzone wielkości grawimetryczne, na obszarze zainteresowania. Wynikają z tego dwa problemy:

- 1. składowa krótkofalowa pola siły ciężkości nie jest prawidłowo reprezentowana przez dyskretny zbiór punktów, co może prowadzić do efektu *aliasingu*²;
- 2. zbiór punktów jest ograniczony do danego obszaru, co nie daje pełnych informacji o składowej długofalowej pola siły ciężkości.

Pierwszy problem rozwiązywany jest poprzez wykorzystania numerycznych modeli terenu, natomiast drugi problem jest rozwiązywany poprzez wykorzystanie globalnych modeli geopotencjału. Wynika z tego, że krótkofalowe i długofalowe składowe pola siły ciężkości są otrzymywane odpowiednio z numerycznego modelu terenu oraz modelu geopotencjału, natomiast dyskretny zbiór naziemnych obserwacji grawimetrycznych reprezentuje jedynie składową średniofalową.

Na powyższych założeniach opiera się technika odejmij – oblicz – przywróć³. W technice tej następuje odjęcie składowej krótkofalowej (model terenu) oraz składowej długofalowej (model geopotencjału) od obserwacji naziemnych, w celu obliczenia obserwacji rezydualnych:

$$\Delta g_{rez} = \Delta g - \Delta g_{MG} - \Delta g_{TOPO} \; .$$

Na obserwacjach rezydualnych przeprowadzane są algorytmy modelowania potencjału zakłócającego (np.: poprzez całkę Stokesa), a następnie następuje przywrócenie wpływu topografii oraz wpływu modelu geopotencjału, prowadząc do ostatecznego rozwiązania:

$$T = T_{rez} + T_{MG} + T_{TOPO} .$$

Usunięcie krótko- i długofalowych składowych pola siły ciężkości prowadzi do otrzymania wartości rezydualnych, które są bardziej jednorodne oraz posiadają niższe wartości, niż w przypadku obserwacji wejściowych. Ułatwia to przeprowadzanie operacji matematycznych takich jak: tworzenie siatek kwadratów, interpolację, całkowanie lub kolokację. Dodatkowym efektem wykorzystaniem globalnego modelu potencjału, jest możliwość zmniejszenia obszaru z którego wymagane są naziemne obserwacje grawimetryczne, do strefy wokół obszaru obliczeń.

² aliasing – zjawisko niejednoznacznej interpretacji sygnału, reprezentowanego przez zbiór próbek;

³ ang. Remove-Compute-Restore (RCR).

4.2 Krajowe modele geoidy

W drugiej połowie XX wieku, w Polsce podjęto prace mające na celu wzrost pokrycia terenów lądowych obserwacjami grawimetrycznymi oraz odchyleniami pionu, w celu wykorzystania ich do regionalnego modelowania geoidy. Pierwszy polski regionalny model geoidy został opracowany w Instytucie Geodezji i Kartografii (IGiK) pod kierunkiem J. Bokuna w 1960 r. Model ten odnosił się do przyłożonej w Pułkowie elipsoidy Krasowskiego i wykorzystywał 134 astronomiczno-geodezyjne odchylenia pionu oraz anomalie grawimetryczne odczytane z map grawimetrycznych. Jego dokładność została oszacowana na 0.60 m. W późniejszych latach zespół IGiK dokonywał udoskonaleń tego modelu w oparciu o nowe obserwacje astronomicznych odchyleń pionu oraz bardziej szczegółowe mapy grawimetryczne. Dokładność udoskonalonego modelu powstałego w 1981 r. na przeważającym obszarze Polski oscylowała w okolicy 0.30 m (*Kryński, 2007*).

Pierwsze regionalne modele geoidy powstające w drugiej połowie XX wieku charakteryzowały się względnie niską dokładnością w stosunku do dobrej jakości dysponowanego materiału grawimetrycznego. Hamulcem w osiągnięciu dokładniejszych modeli była znikoma znajomość globalnego opisu geopotencjału. Rozwój satelitarnych technik pomiarowych oraz zwiększająca się liczba naziemnych danych grawimetrycznych wpłynęły na tworzenie i udoskonalanie kolejnych modeli geopotencjału, które były udostępniane z rosnącą dokładnością oraz rozdzielczością.

Wykorzystanie globalnych modeli geopotencjału w regionalnym modelowaniu geoidy miało fundamentalne znaczenie w opracowanej w tamtym okresie metodzie obliczania undulacji geoidy *remove-compute-restore*, ponieważ pozwoliło na usunięcie z obserwowanych anomalii grawimetrycznych efektu globalnego (składowej długofalowej), pozostawiając efekty regionalne i lokalne. Redukcja efektu globalnego w regionalnym modelowaniu geoidy znacznie zmniejszyła obszar z którego należy wykorzystać anomalie grawimetryczne, jednocześnie zachowując poziom dokładności modelu wynikowego.

Pierwszym grawimetrycznym modelem geoidy dla obszaru Polski wyznaczonym po roku 1989 w Centrum Badań Kosmicznych PAN, był model o akronimie GEOID92. Model ten bazował na pozyskanych w 1991 roku przez Przedsiębiorstwo Badań Geofizycznych średnich anomaliach wolnopowietrznych w siatce 5' na 5'. Do obliczeń wykorzystano kombinację metody kolokacji z klasyczną metodą całkową z użyciem techniki *remove-compute-restore* oraz ówcześnie najlepszego modelu geopotencjału OSU81 (80, 80). Łyszkowicz optymistycznie oszacował dokładność modelu GEOID92 na punktach sieci POLREF na 26 cm (*Łyszkowicz, 2012*).

Drugim grawimetrycznym modelem geoidy, był powstały w 1993 roku model "geoid94" bazujący na średnich anomaliach wolnopowietrznych z 1991 roku, niskorozdzielczym modelu terenu, oraz nowym modelem geopotencjału OSU91 (360, 360). Wyznaczenie modelu przeprowadzono wykorzystując technikę Szybkiej Transformaty Fouriera (FFT) do obliczenia całki Stokesa. Łyszkowicz optymistycznie oszacował dokładność modelu "geoid94" na punktach sieci POLREF na 14 cm (*Łyszkowicz, 2012*).

W roku 1994 powstał pierwszy model quasi-geoidy "quasi95", który został związany z układem Kronsztadt'86 w systemie wysokości normalnych. Do obliczeń wykorzystano nowy zestaw średnich anomalii Faye z obszaru Polski w siatce 1' na 1', dane grawimetryczne z terenów państw ościennych oraz numeryczne modele terenu, dla Polski w siatce 1.5' na 3' oraz w siatce 5' na 7.5' dla obszarów przygranicznych. Obliczenia przeprowadzono wykorzystując technikę

FFT oraz model geopotencjału OSU91 (360, 360). Dokładność tego modelu szacuje się na 9cm *(Łyszkowicz, 2012).* Główny Urząd Geodezji i Kartografii zezwolił na praktyczne wykorzystanie modelu "quasi95" w 1996 roku.

Drugi model quasi-geoidy nazwany "quasi97b" został obliczony w 1997 roku w Centrum Badań Kosmicznych Polskiej Akademii Nauk na zlecenie Głównego Urzędu Geodezji i Kartografii, z wykorzystaniem techniki FFT w oparciu o najnowszy model geopotencjału EGM96 (360, 360) oraz wzbogacony materiał grawimetryczny z otaczających Polskę krajów. Dokładność tego modelu została oszacowana na 5 cm w odniesieniu do anomalii wysokości wyznaczonych na punktach sieci POLREF (*Kryński, 2007*).

Na przełomie stulecia wraz ze wzrostem wykorzystania satelitarnych technik pomiarowych zarówno w zadaniach geodezii wyższej (pomiarach podstawowych) jak i geodezii niższej (wykonawstwie geodezyjnym) szybko dostrzeżono znaczenie modeli quasi-geoidy na potrzeby praktyki geodezyjnej. W 1999 roku, w Departamencie Geodezji GUGIK rozpoczęto prace nad ogólnodostępnym krajowym modelem quasi-geoidy. Opierając się na zaleceniach Podkomisji EUREF wyrażonymi rezolucją nr 3 z Tromso, zdecydowano wykorzystać do modelowania quasi-geoidy sieci satelitarno-niwelacyjnej EUVN. Pierwszym modelem quasi-geoidy powstałym w XXI wieku był model "Geoida niwelacyjna 2000", który był czysto geometrycznym (bez danych o polu ciężkości Ziemi) modelem opartym na anomaliach wysokości wyznaczonym na punktach sieci EUREF-POL, POLREF, EUVN, WSSG oraz Tatry. Następnie dokonano aproksymacji wysokości quasi-geoidy z punktów sieci satelitarno-niwelacyjnych na siatkę 0.01° x 0.01° powierzchnią o minimalnej krzywiźnie. Model "Geoida niwelacyjna 2000" został zaimplementowany do programu TRANSPOL załączonego do Wytycznych Technicznych G1-10 opublikowanych przez GUGIK. Jednakże, ów model został szybko zastąpiony przez model "Geoida niwelacyjna 2001" zalecany do praktycznego wykorzystania przez GUGIK do 2014 roku.

Model "Geoida Niwelacyjna 2001"

Model GUGIK2001 jest wpasowaniem grawimetrycznego modelu quasi-geoidy "quasi97b" z 1997 roku w sieci satelitarno-niwelacyjne: EUVN wraz z krajowym zagęszczeniem, EUREF-POL, POLREF, Tatry i WSSG⁴. Punkty należące do tych sieci podlegały selekcji ze względu na dokładność wyznaczenia wysokości normalnych, przyjęto że punkty musiały zostać pomierzone zgodnie z kryteriami pomiaru osnowy wysokościowej co najmniej III klasy. Wykluczyło to znaczną liczbę punktów sieci WSSG.

Ponieważ wspomniane sieci satelitarno-niwelacyjne były mierzone w różnych okresach czasowych i posiadały współrzędne geodezyjne odnoszące się do różnych układów (np. sieci EUREF-POL i POLREF odnosiły się do układu ETRF89 na epokę 1989.0), wszystkie sieci przetransformowano do układu ITRF96 na epokę 1997.4 w którym były wyrażone współrzędne sieci EUVN. Parametry transformacji przestrzennej obliczono na podstawie 62 punktów krajowej sieci EUVN, które zostały wyznaczone zarówno w układzie ITRF96 na epokę 1997.4, jak również w układzie ETRF89 na epokę 1989.0. Przed wykonaniem transformacji sieci WSSG, dokonano ponownego jej wyrównania w nawiązaniu do punktów POLREF. Błąd transformacji wysokości elipsoidalnych został optymistycznie oszacowany przez autora na 0.005 m (*Pażus, 2002*).

⁴ Wojskowa Szczegółowa Sieć Geodezyjna;

Zadanie wyznaczenia modelu "Geoidy niwelacyjnej 2001" polegało na wpasowaniu grawimetrycznego modelu "quasi97b" model na punktach sieci satelitarno-niwelacyjnych poprzez wykorzystanie optymalnego wielomianu aproksymującego. Ze względu na różną dokładność wyznaczonych wysokości normalnych jak i wysokości elipsoidalnych, do wyznaczenia parametrów transformacji wykorzystano wagowanie punktów poszczególnych sieci:

- sieć EUVN waga p = 1;
- sieć POLREF waga p = 0.5;
- sieci Tatry oraz WSSG waga p = 0.25.

Ostatecznie przyjęto wielomian aproksymujący trzeciego stopnia dla którego wymagane było wykorzystanie funkcji sklejanej. Do transformacji użyto modelu dyskretnego w postaci siatki o węzłach 1' na 1'. Model ten został zatwierdzony do stosowania przez Głównego Geodetę Kraju i został dołączony wraz z programem interpolującym został do *"Instrukcji Technicznej G-2 Szczegółowa pozioma i wysokościowa osnowa geodezyjna i przeliczanie współrzędnych pomiędzy układami"* wydanej przez GUGIK w 2001 roku.

Model GUGIK2011

Poczynając od roku 2014, Główny Urząd Geodezji i Kartografii rozpoczął wprowadzanie do powszechnego użytku nowego modelu quasi-geoidy nazwanego "Geoida niwelacyjna GUGIK2011". Model GUGIK2011 jest adaptacją modelu *Geoidpol2008_CN*, stworzonego w firmie *AlgoRes Soft* pod kierownictwem Profesora Kadaja.

Model *Geoidpol2008_CN* jest modelem quasi-geoidy opracowanym dla obszaru Polski. Fundamentem tegoż opracowania był globalny model geopotencjału EGM2008. Dla siatki geograficznej o rozdzielczości 0.01^o x 0.01^o oraz punktów wpasowania wygenerowano anomalie wysokości w tymże modelu. Grupę punktów wpasowania stanowiły punkty polskich sieci satelitarno-niwelacyjnych POLREF, EUVN, ASG-EUPOS oraz ekscentry A sieci ASG-EUPOS. W empiryczne anomalie wysokości wynikające z pomiarów geodezyjnych na punktach tych sieci, wpasowano modelowe anomalie wysokości z modelu EGM08. W tym celu wykorzystano 7parametrową transformację przestrzenną. Następnie rozrzucono na punkty siatki geograficznej poprawki wynikające z korekty Hausbrandta. Mankamentem tego rozwiązania mogą być nieaktualne wysokości normalne punktów niektórych sieci satelitarno-niwelacyjnych. Zarówno stacje jak i ekscentry sieci ASG-EUPOS posiadają niedawno wyznaczone wysokości normalne, natomiast punkty sieci POLREF oraz EUVN wymagały wykorzystania wysokości skatalogowanych w latach dziewięćdziesiątych ubiegłego wieku. Drugą wadą tego rozwiązania jest możliwość wpasowania powierzchni modelu EGM2008 w punkty satelitarno-niwelacyjne na których duże błędy pomiarowe. Tematyka ta zostanie szerzej opisana w części praktycznej.

Model geopotencjału EGM2008 posiada współczynniki sferyczne harmoniczne wyznaczone do stopnia i rzędu 2159, które dają bardzo precyzyjny opis potencjału siły ciężkości *(Kadaj, 2013).* Dlatego też ogólna dokładność modelowanej przez niego powierzchni odniesienia powinna być wysoka. Przeprowadzenie operacji wpasowania tego modelu, miało za zadanie wymuszenie na modelu generowania anomalii wysokości zbliżonych do wartości empirycznych na punktach sieci satelitarno-niwelacyjnych. Dodatkowo dzięki tej operacji umiejscowiono powierzchnię quasi-geoidy w układzie ETRF2000 (e. 2010.0), który jest aktualnie obowiązującym układem odniesienia, realizowanym przez stacje ASG-EUPOS. W stosunku do poprzedniego modelu GUGIK2001 jest to znaczna poprawa w aspektach praktycznego

wykorzystania modeli quasi-geoidy. Wynikiem wszelkich obecnych pomiarów satelitarnych wykonywanych w oparciu o sieć ASG-EUPOS, są współrzędne geodezyjne w układzie ETRF2000. Dlatego modelowe anomalie wysokości wprost odwołują się do pomierzonych wysokości elipsoidalnych. Natomiast w przypadku poprzedniego modelu GUGIK2001, należało dokonać transformacji na układ ITRF96 (e. 1997.4) lub dokonać pewnych uproszczeń.

Autorska ocena dokładności modelu *Geoidpol2008_CN* oscyluje od 0.01 do 0.02 m. Jednakże do tej pory nie dokonano obiektywnej oceny dokładności modelu GUGIK2011. Wynika to ze wpasowania powierzchni wygenerowanej przez model geopotencjału EGM2008 na wszystkich precyzyjnie wyznaczonych stacjach satelitarno-niwelacyjnych oficjalnie dostępnych w Polsce. Jedynym zbiorem punktów, którego analiza pozwoliła by na solidne oszacowanie dokładności tegoż modelu jest trawers kontrolny założony przez Instytut Geodezji i Kartografii. Jednakże IGIK nie ujawnił szczegółowych informacji o tym projekcie.

4.3 Europejskie modele quasi-geoidy

Na obszarze Europy, począwszy od 2011 roku, zadanie prowadzenia badań nad europejskim modelem quasi-geoidy (geoidy) jest powierzone Podkomisji Międzynarodowej Asocjacji Geodezyjnej IAG 2.4a *Siła ciężkości i geoida w Europie⁵*. Wcześniej badanie te były prowadzone przez *Europejski Projekt Siły ciężkości i Geoidy* EGGP⁶, który został stworzony w 2003 roku, na bazie badań Instytutu Geodezji w Hanowerze. Dotychczas, zostały opublikowane dwa oficjalne ogólnoeuropejskie modele quasi-geoidy:

- EGG97 European Gravimetric Geoid 1997 (Instytut Geodezji w Hanowerze);
- EGG08 European Gravimetric Geoid 2008 (EGGP).

W niniejszym rozdziale, zostaną pokrótce opisane oba powyższe modele quasi-geoidy wraz z przedstawieniem ich dokładności w skali Europy.

4.3.1 Europejska Quasi-geoida Grawimetryczna EGG1997

Algorytmy obliczeniowe wykorzystane do wyznaczenia modeli Europejskiej Quasi-Geoidy Grawimetrycznej EGG, bazują na modelowaniu potencjału zakłócającego, na powierzchni Ziemi, który następnie zostaje użyty do wyznaczenia anomalii wysokości (undulacji quasigeoidy). Atutem tego podejścia jest wykorzystywanie materiału grawimetrycznego z fizycznej powierzchni Ziemi oraz przestrzeni która ją otacza, bez założeń o rozkładzie gęstości mas wewnątrz Ziemi.

Model EGG97 został opublikowany w 1997 roku i był pierwszym decymetrowym ogólnoeuropejskim modelem geoidy obejmującym obszar Polski. W obliczeniach wykorzystano dane grawimetryczne, topograficzne oraz globalny model geopotencjału, połączone techniką połączenia widmowego (SCT⁷) w procedurze remove-compute-restore. Technika SCT zostanie powierzchownie przybliżona czytelnikowi w rozdziale 4.3.2 dotyczącym modelu EGG2008. Informacje dotyczące długofalowej składowej pola grawitacyjnego wygenerował model geopotencjału EGM96 w rozwinieciu do stopnia i rzedu 360. Składowa krótkofalowa otrzymano wykorzystując redukcję rezydualnego model terenu (RTM⁸) o oknie filtra 15' x 15'. W rejonach o małej gęstości morskich danych grawimetrycznych połączono naziemne dane grawimetryczne z danymi altimetrycznymi z satelity ERS-1. Wszystkie powyższe dane posłużyły do stworzenia siatki rezydualnych anomalii grawimetrycznych o oczku 1.0' x 1.5', obliczonych poprzez kolokację metodą najmniejszych kwadratów. Wyznaczenie rezydualnych anomalii wysokości przeprowadzono za pomoca jednowymiarowej Szybkiej Transformaty Fouriera. Głównym wynikiem przeprowadzonych obliczeń był model quasi-geoidy. W obliczeniach nie zastosowano jednak parametrów korekcyjnych Mołodieńskiego. Uznano bowiem, że ich wpływ jest zaniedbywalny w porównaniu do dokładności modelowanej guasi-geoidy. Wpływ ten wynosił 0.01 m dla terenów o wysokości do 1000 m oraz 0.1 m dla terenów o wysokości do 4000 m. Model geoidy otrzymano dodając do otrzymanych anomalii wysokości poprawkę, którą przedstawia równanie nr 22.

⁵ ang. Gravity and Geoid i Europe;

⁶ EGGP – ang. European Gravity and Geoid Project;

⁷ SCT – ang. Spectral Combination Technique;

⁸ RTM – ang. Residual Terrain Model;


Rysunek 8 Różnice anomalii wysokości na punktach sieci EUVN, pomiędzy wartościami empirycznymi z pomiarów geodezyjnych oraz wartościami modelowymi z modelu EGG97 (Kenyeres i inni, 2010).

Ocena dokładności modelu EGG97 przeprowadzona na punktach satelitarno-niwelacyjnej sieci EUVN_DA wykazała istnienie długofalowych błędów w modelu quasi-geoidy o wielkości od 0.1 do 1.0 ppm⁹. Błędy te wynikały głównie z niedokładności modelu geopotencjału EGM96 *(Denker i inni, 2007).* Zgodność modelowych anomalii wysokości z siecią EUVN oszacowano na 2 dm *(Kenyeres i inni, 2010).*

4.3.2 Europejska Quasi-geoida Grawimetryczna EGG2008

Podstawową techniką użytą podczas tworzenia modelu EGG2008 była technika *removecompute-restore* (RCR), w oparciu o model geopotencjału EGM2008. W celu zamodelowania wpływu topografii, wykorzystano redukcje topograficzne obliczone w oparciu o technikę *rezydualnego modelu terenu* (RTM). Główne obliczenia, dotyczące potencjału zakłócającego przeprowadzono *techniką połączenia widmowego* (SCT). Kolejne kroki obliczeń można przedstawić następująco:

- 1. Wyznaczenie powierzchniowych anomalii wolnopowietrznych, z uwzględnieniem korekty atmosferycznej;
- 2. obliczenie rezydualnych anomalii wolnopowietrznych, odejmując wpływ modelu geopotencjału EGM2008 oraz topografii (RTM);
- przeliczenie nierównomiernie rozłożonych anomalii rezydualnych na siatkę kwadratów poprzez kolokację metodą najmniejszych kwadratów (uwzględnienie błędów średnich obserwacji);
- 4. wykorzystanie *techniki widmowego połączenia* (SCT) do wyznaczenia potencjału zakłócającego;

⁹ ppm – ang. part per milion, jedna milionowa danej wielkości.

5. przeliczenie potencjału zakłócającego na anomalie wysokości, a następnie na undulacje geoidy.

Tradycyjne równanie Stokesa wykorzystuje anomalie grawimetryczne do modelowania wszystkich długości fal widma potencjału zakłócającego. *Technika widmowego połączenia* SCT, wprowadza wagi widmowe anomalii grawimetrycznych w_n^G , które rozdzielają stopnie harmonicznych sferycznych potencjału zakłócającego wyznaczane z anomalii grawimetrycznych oraz stopnie harmonicznych sferycznych potencjału zakłócającego wyznaczane z modelu geopotencjału. Tradycyjna całka Stokesa jest specjalnym przykładem *techniki widmowego połączenia*, dla której wagi widmowe anomalii grawimetrycznych są równe $w_n^G = 1$, dla wszystkich stopni sferycznych harmonicznych $n \in [2, \infty)$. Dlatego też, kiedy tradycyjna całka Stokesa wykorzystuje do obliczenia wszystkich stopni harmonicznych sferycznych potencjału zakłócającego naziemne dane grawimetryczne, technika SCT pozwala kontrolować, z których danych są obliczane dane stopnie sferycznych harmonicznych. Przykładowo, składowa średniofalowa powinna być wyznaczana z anomalii grawimetrycznych, natomiast składowa długofalowa powinna głównie opierać się na modelu geopotencjału zakłócającego:

- $n \leq 60$ składowa długofalowa;
- $60 < n \le 360$ składowa średniofalowa;
- 360 < *n* składowa krótkofalowa.

Denker zwrócił uwagę, że autorskie oszacowanie błędów modelu geopotencjału EGM2008, może być zbyt pesymistyczne dla składowych długofalowych (poniżej stopnia 60-70). Ma to wpływ na wartości błędów widmowych w_n^G , które są wyznaczane na podstawie tychże błędów modelu EGM2008 oraz funkcji kowariancji błędów naziemnych danych grawimetrycznych. Powoduje to zbyt wczesne zdominowanie obliczeń przez naziemne dane grawimetryczne (np.: waga $w_n^G > 0.5$ dla stopni sferycznych harmonicznych poniżej 70). W celu rozwiązania tego problemu, wykorzystano wagi spektralne użyte w (nieoficjalnym) modelu quasi-geoidy EGG2007, który opierał się na modelu geopotencjału EIGEN-GL04C. Skutkiem zmiany wartości wag widmowych, było otrzymanie realistycznego modelu, zgodnego z innymi badaniami (*Forsberg, 2010*), dla którego wagi widmowe w_n^G osiągały wartości powyżej 0.5 dla stopnia $n \cong 85$. Podstawy teoretyczne wyznaczania wag widmowych w_n^G , ich wykorzystania w zmienionej funkcji jądrowej Stokesa oraz samej techniki połączenia widmowego SCT można znaleźć między innymi w publikacjach (*Sjöberg, 1980*) oraz (*Denker, 2013*).

Podczas prac nad modelem EGG2008, wykryto nieścisłości wynikające z połączenia wysokorozdzielczego modelu geopotencjału EGM2008 ($n_{max} = 2159$) oraz danych topograficznych wykorzystanych w technice RTM. Wykonano testy nad roboczym modelem EGG08 opartym na modelu geopotencjału EGM08 w rozwinięciu do stopnia 2159 oraz w rozwinięciu do stopnia 360. Kontrola na punktach sieci satelitarno-niwelacyjnych wykazała na niektórych obszarach znaczna pogorszenie modelu wynikowego, przy wykorzystaniu modelu EGM08 rozwiniętego do stopnia 2159. Domniemywa się że jest to wynikiem podwójnego wykorzystania sygnałów krótkofalowych, z wysokorozdzielczego modelu EGM08 oraz z redukcji RTM. Ostatecznie, tworząc model EGG08 wykorzystano model geopotencjału EGM08 jedynie w rozwinięciu do stopnia 360. W obliczeniach nie zastosowano parametrów korekcyjnych Mołodieńskiego. Przeprowadzając obliczenia, założono, że współrzędne przestrzenne wszystkich stacji są wyrażone w systemie ETRS1989, wysokości normalne są wyrażone

w systemie zerowego pływu EVRS, a wartości przyspieszenia siły ciężkości są wartościami absolutnymi. Obliczenia dotyczące normalnego pola siły ciężkości przeprowadzono wykorzystując zależności dla systemu GRS80. Nie wykazano konkretnej realizacji systemu ETRS89, do której będzie się odnosił model EGG2008, problem ten będzie rozwijany w późniejszych etapach pracy.

Europejski System Odniesienia Wysokości (EVRS), jest tak zdefiniowany, aby powierzchnia ekwipotencjalna (w systemie zerowego pływu) ziemskiego pola siły ciężkości przechodziła przez punkt NAP (Amsterdam) o stałym potencjale W_0^{EVRS} . Ostatnią realizacją EVRS jest układ odniesienia wysokości EVRF2007 (patrz rozdział 2.2.5), który jest zbiorem punktów o precyzyjnie wyznaczonych różnicach geopotencjału względem poziomu NAP na epokę 2000.0. Jak zostało przedstawione w rozdziale 2.2.5, wyrażenie danych niwelacyjnych na epokę 2000.0 dotyczyły jedynie krajów nadbałtyckich, gdzie został użyty skandynawski model postglacjalnych ruchów pionowych NKG2005LU. Powracając do tematu, należy podkreślić że wartość potencjału siły ciężkości w punkcie NAP W_0^{EVRS} , nie jest znana i różni się od wartości U_0 , która jest wykorzystywana w algorytmie obliczeń. Na przykład, równanie Brunsa:

$$\zeta_P = \frac{T_P}{\gamma_Q} - \frac{W_0 - U_0}{\gamma_Q}$$

po uwzględnieniu lokalnej wartości potencjału siły ciężkości W_0^i , otrzymuje postać (Denker, 2008):

33)

$$\zeta_P^i = h_P - H^{N(i)} = \frac{T_P}{\gamma_Q} - \frac{W_0^i - U_0}{\gamma_Q} = \frac{T_P}{\gamma_Q} - \zeta_0^i ,$$

gdzie T_P - potencjał zakłócający, uwzględniający zerowy stopień rozwinięcia, aaaaaaaaaaaaaa odnoszący się do potencjału normalnego GRS80 U_0 ;

 ζ_0^i - wartość stała, wynikająca z różnicy $W_0^i - U_0$.

Aby ostatecznie wpasować tworzony model grawimetrycznej quasi-geoidy w układ wysokości EVRF2007, stała ζ_0^i została oszacowana na podstawie porównania z empirycznymi anomaliami wysokości ($h_P - H^{EVRF2007}$) na punktach sieci EUVN_DA. Oszacowana wartość wyniosła $\zeta_0^i = +0.302 m$. Oznacza to, że przesunięto obliczoną powierzchnię quasi-geoidy o +0.300 m, aby ostateczny model EGG2008 był zgodny z układem wysokości EFRV2007. Jednakże, nie został podany układ odniesienia (realizacja EVRS89) wysokości elipsoidalnych h_P użytych do obliczenia wartości ($h_P - H^{EVRF2007}$), który powinien być uważany za układ odniesienia anomalii wysokości generowanych przez model EGG2008. Autor pracy domniemywa, że jest to układ ITRF1996 na epokę 1997.4, który odpowiada epoce kampanii pomiarowej punktów głównych EUVN. Szerzej ten problem zostanie opisany w części eksperymentalnej.

Na zakończenie omawiania europejskich modeli grawimetrycznych, należy wykazać znaczną poprawę w liczbie, a także w jakości wykorzystanych danych grawimetrycznych oraz danych topogaficznych. Przy opracowaniu modelu EGG2008 wykorzystano 5355206 obserwacji grawimetrycznych, co stanowi dwukrotny przyrost w porównaniu do obserwacji wykorzystanych przy opracowaniu modelu EGG1997 (odpowiednio 2684133 obserwacji). Tworzenie modelu EGG08 dodatkowo wsparto danymi z *Arktycznego Projektu Siły Ciężkości* ArcGP (ang. Arctic Gravity Project), wyrównanymi danymi altimetrycznymi oraz danymi

uzupełniającymi z modelu EGM2008. Łącznie dane wejściowe do obliczeń modelu EGG2008 ponad sześciokrotnie przerosły liczbę danych wykorzystanych w obliczeniach modelu EGG1997. Pomimo tego, słaba jakość materiału grawimetrycznego z krajów położonych na wschód od Polski (tj. Białorusi, Ukrainy, Rosji i Rumunii) negatywnie wpływa na dokładność ostatecznego modelu EGG08 na obszarze wschodniej Polski (efekt brzegowy). Efekt ten będzie widoczny podczas analizowania dokłądności modelu EGG2008 na obszarze Polski w rozdziale 7.3.

Charakterystyka	EGG1997	EGG2008
Dane grawimetryczne	2684133 (744 źródła)	5355206 (718 źródeł)
Dane dodatkowe	-	(ArcGP) 195 840
	335 124 (KMS1 1996)	13 222 260 (dane altimetryczne 1'x1')
	-	120 747 (uzupełnienie z EGM08)
RAZEM	3 019 257	18 894 053
Dane topograficzne	grid od 7.5" do 5'	grid od 1" do 30"
	700 milionów punktów	8.3 biliona punktów
	15' x 25' RTM	15' x 25' RTM
Model geopotencjału	EGM1996 (n _{max} = 360)	EGM2008 (n _{max} = 360)

 Tabela 2 Charakterystyka liczbowa danych wejściowych do modeli EGG97 oraz EGG08 (Denker, 2013).

W zbiorze danych topograficznych również poczyniony został postęp. W obliczeniach modelu EGG08 wykorzystano numeryczne modele pokrycia terenu (NMPT) z projektów SRTM (Shuttle Radar Topography Mission) o rozdzielczość 3" x 3" oraza GTOPO30 o rozdzielczość 30" x 30", a także krajowe modele o rozdzielczości 1" x 1" dla Niemiec, Szwajcarii oraz Austrii.



Rysunek 9 Różnice anomalii wysokości na punktach sieci EUVN_DA, pomiędzy wartościami empirycznymi z pomiarów geodezyjnych oraz wartościami modelowymi z modelu EGG08 (Kenyeres i inni, 2010).

CZĘŚĆ EKSPERYMENTALNA

W części teoretycznej, wprowadzono czytelnika w problematykę układów wysokości, realizacji sieci niwelacyjnych oraz regionalnego modelowania geoidy. W części eksperymentalnej zostaną przedstawione wyniki oszacowania dokładności anomalii wysokości generowanych przez modele quasi-geoid GUGIK2001, GUGIK2011 oraz EGG2008. Analizę tę przeprowadzono na ekscentrach sieci satelitarnej ASG-EUPOS, a także na punktach sieci EUVN wraz z zagęszczeniem. Wykorzystanie ekscentrów ASG-EUPOS wymagało przedstawienia ich wysokości normalnych w układzie EVRF2007, a także użycia 7 parametrowej transformacji przestrzennej w celu przeliczenia współrzędnych geodezyjnych do układu ITRF96. Podstawy transformacji przestrzennych przedstawiono w rozdziale 5.1.

Analiza porównawcza modeli GUGIK oraz EGG2008, a także analiza wysokości normalnych w układach Kronsztadt86 i EVRF2007, wymagała uwzględnienia systemów pływowych. Wielkości danych sieci europejskiej wyrażone są w systemie zerowego pływu, natomiast wielkości danych polskich sieci przedstawione są w systemie średniego pływu. Opis problematyki pływów został zamieszczony w rozdziale 5.2.

5. Algorytmy obliczeń

5.1 Transformacja trójwymiarowa

W zbiorze współrzędnych (*x*, *y*, *z*) wyrażonych w dwóch niezależnych ortogonalnych układach kartezjańskich, tworzących wektor \overline{X} oraz \overline{X}_T . Transformacją Helmerta, bądź "transformacją 7-parametrową" nazywa się relacje pomiędzy tymi wektorami (*Moritz*, 2005):

 $\bar{X}_T = \bar{x}_0 + \mu \bar{R} \bar{X}$

gdzie \bar{x}_0 -wektor translacji pomiędzy środkami układów; μ -parametr skali; \bar{R} -macierz obrotów.

Parametr skali μ jednorodnie odnosi się do wszystkich osi. Istnieją przypadki wykorzystania trzech parametrów skali μ_X , μ_Y , μ_Z niezależnie dla każdej z osi (transformacja 9-parametrowa). Macierz obrotów jest macierzą ortogonalną, która składa się z trzech kolejnych obrotów wokół każdej osi

$$\bar{R} = \bar{R}_3\{\varepsilon_3\} \ \bar{R}_2\{\varepsilon_2\} \ \bar{R}_1\{\varepsilon_1\} ,$$

szczegółowo,

$$36) \qquad \bar{R} = \begin{bmatrix} \cos\varepsilon_{1} \cdot \sin\varepsilon_{3} + & \sin\varepsilon_{1} \cdot \sin\varepsilon_{3} - \\ \cos\varepsilon_{2} \cdot \cos\varepsilon_{3} & +\sin\varepsilon_{1} \cdot \sin\varepsilon_{2} \cdot \cos\varepsilon_{3} & -\cos\varepsilon_{1} \cdot \sin\varepsilon_{2} \cdot \cos\varepsilon_{3} \\ & \cos\varepsilon_{1} \cdot \cos\varepsilon_{3} - & \sin\varepsilon_{1} \cdot \cos\varepsilon_{3} + \\ -\cos\varepsilon_{2} \cdot \sin\varepsilon_{3} & -\sin\varepsilon_{1} \cdot \sin\varepsilon_{2} \cdot \sin\varepsilon_{3} & +\cos\varepsilon_{1} \cdot \sin\varepsilon_{2} \cdot \sin\varepsilon_{3} \\ & \sin\varepsilon_{2} & -\sin\varepsilon_{1} \cdot \cos\varepsilon_{2} & \cos\varepsilon_{2} \cdot \cos\varepsilon_{3} \end{bmatrix}$$

W przypadku w którym znane są współrzędne grupy punktów w obu układach (tzw. punktów łącznych), możliwe jest wyznaczenie wyżej wymienionych parametrów. Dla grupy składającej się z trzech punktów łącznych, powstaje układ 9 równań i 7 niewiadomych, który rozwiązuje się iteracyjnie metodą najmniejszych kwadratów. Wyznaczone w ten sposób parametry wykorzystuje się następnie do transformacji punktów z układu pierwotnego o współrzędnych \overline{X}

do układu wtórnego o współrzędnych \bar{X}_T . W praktyce można również wykorzystywać uproszczoną formę macierzy obrotów \bar{R} , która powstaje poprzez założenie małych wartości kątów ε_1 , ε_2 oraz ε_3 :

$$\bar{R} = \begin{bmatrix} 1 & \varepsilon_3 + \varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2 & \varepsilon_1 \cdot \varepsilon_3 - \varepsilon_2 \\ -\varepsilon_3 & 1 - \varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2 \cdot \varepsilon_3 & \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \cdot \varepsilon_3 \\ \varepsilon_2 & -\varepsilon_1 & 1 \end{bmatrix} \cong \begin{bmatrix} 1 & \varepsilon_3 & -\varepsilon_2 \\ -\varepsilon_3 & 1 & \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 & -\varepsilon_1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Współrzędne punktów łącznych, przeliczone za pomocą wyznaczonych parametrów z układu pierwotnego do układu wtórnego, nie muszą się pokrywać z wejściowymi współrzędnymi w układzie wtórnym. Świadczą o tym różnice:

$$V_{xi} = X_i - X'_i$$

$$V_{yi} = Y_i - Y'_i$$

$$V_{zi} = Z_i - Z'_i$$

 X_i, Y_i, Z_i

 X'_i, Y'_i, Z'_i

gdzie,

 współrzędne punktów łącznych w układzie pierwotnym;
 współrzędne punktów łącznych po transformacji w układzie wtórnym.

Powyższe różnice są podstawą do obliczenia błędu transformacji, który charakteryzuje poprawność współrzędnych punktów dostosowania *(Wytyczne Techniczne G-1.10):*

39)
$$\mu_t = \sqrt{\frac{\sum (V_{xi}^2 + V_{yi}^2 + V_{zi}^2)}{n-3}} .$$

Aby nie wprowadzać zmian w dotychczasowych współrzędnych punktów łącznych w układzie wtórnym, wprowadza się korektę post transformacyjną Hausbrandta. Korekta ta polega na pozostawieniu wejściowych wartości współrzędnych punktów dostosowania w układzie wtórnym oraz rozrzuceniu residuów z równania 38 na resztę transformowanych punktów. Realizuje się to niezależnie dla każdej współrzędnej, zgodnie ze wzorami:

40)
$$V_{xj} = \frac{\sum \left[V_{xi} \cdot (1/d_{ij}^2) \right]}{\sum (1/d_{ij}^2)}, \quad V_{yj} = \frac{\sum \left[V_{yi} \cdot (1/d_{ij}^2) \right]}{\sum (1/d_{ij}^2)}, \quad V_{zj} = \frac{\sum \left[V_{zi} \cdot (1/d_{ij}^2) \right]}{\sum (1/d_{ij}^2)}$$

gdzie, d_{ij} - odległość pomiędzy i-tym punktem łącznym, a j-tym punktem transformowanym.

W części badawczej, do wykonania transformacji 7-parametrowych wraz z korektą post transformacyjną Hausbrandta użyto programu GEONET firmy AlgoRes Soft. W celu wykonania transformacji przestrzennych, należało przeliczyć posiadane współrzędne geodezyjne φ , λ , h na kartezjańskie współrzędne geocentryczne X, Y, Z. Równania umożliwiające te obliczenia, a także obliczenia odwrotne, zostały podane w *Wytycznych Technicznych G1.10 Formuły odwzorowawcze i parametry układów współrzędnych (Kadaj, 2001)* wydanych przez GUGIK w 2001 roku.

5.2 Poprawki pływowe

Zewnętrzny potencjał grawitacyjny wpływający na kształt Ziemi, którego źródłem są inne ciała niebieskie (głównie Księżyc i Słońce) nazywany jest potencjałem pływowym. Rozróżnia się pośredni oraz bezpośredni wpływ potencjału pływowego na kształt Ziemi. Wpływem bezpośrednim jest odkształcenie fizycznej powierzchni Ziemi, które powoduje dodatkową (pośrednią) zmianę potencjału siły ciężkości. Wartość o którą zmieni się potencjał ziemski w wyniku efektu pośredniego nazywa się potencjałem deformacyjnym. Zarówno efekt bezpośredni, jak i efekt pośredni, cechują się częścią zależną od czasu (periodyczną) oraz częścią czasowo niezależną (pływ permanentny). W praktyce stosuje się trzy koncepcje systemów pływowych *(Ekman, 1989)*:

- 1. systemu bez-pływowego (ang. tide free);
- 2. systemu średniego pływu (ang. mean tide);
- 3. systemu zerowego pływu (*ang. zero tide*).

W systemie bez-pływowym, wpływ stałej deformacji będącej wynikiem działania sił pływowych jest eliminowany. Dotyczy to zarówno potencjału pływowego jak i potencjału deformacyjnego. Fizycznie odpowiada to zwiększeniu odległości pomiędzy Ziemią a Księżycem i Słońcem do nieskończoności. Zwykle w tym celu wykorzystuje się liczbę Love'a h oraz liczbę Shida'y l w przypadku kształtu skorupy oraz liczbę Love'a k w przypadku potencjału deformacyjnego oraz zależnych od czasu zjawisk pływowych.

System średniego pływu, charakteryzuje się wyeliminowaniem periodycznych efektów pływowych, a zachowaniem permanentnych efektów pływowych (bezpośrednich oraz pośrednich). Odpowiada to średniemu kształtowi Ziemi znajdującej się pod wpływem pól grawitacyjnych Księżyca, Słońca oraz innych planet. Jest to naturalny system pływowy dla zadań oceanografii, altimetrii, a także do wyrażania przestrzennego położenia stacji pomiarowych.

System zerowego pływu dotyczy jedynie wpływu sił pływowych na pole grawitacyjne Ziemi. W systemie tym eliminuje się potencjał pływowy, jednakże zachowując jego wpływ na zmianę potencjału Ziemi tj. potencjał deformacyjny. Przyjmuje się, że przyjęcie systemu zerowego pływu dla wartości związanych z polem grawitacyjnym, równoważne jest przyjęciu systemu średniego pływu dla trójwymiarowego kształtu Ziemi. Jak zostało przedstawione wcześniej, system EVRF2007 wykorzystuje system zerowego pływu. Oznacza to, że repery realizujące ten system winne są posiadać cechy geopotencjalne wyrażone w systemie zerowego pływu oraz pozycje wyrażone w systemie średniego pływu. System zerowego pływu jest aprobowany do praktycznego użytkowania przez IAG, a ponadto spełnia warunki brzegowe geodezji fizycznej dotyczące modelowania potencjału zakłócającego (tzn. brak jakichkolwiek mas poza powierzchnią graniczną).

Wpływ na zmianę wysokości normalnych oraz cech geopotencjalnych

Dla pływów drugiego stopnia, średnia czasowa dla sumy potencjałów pływowych generowanych przez ciała niebieskie, może zostać zapisana w formie *(Ihde i inni, 2007):*

41)
$$W_2 = B\left(\frac{r}{R}\right)^2 P_2(\sin\psi) = B\left(\frac{r}{R}\right)^2 \left(\frac{3}{2}\sin^2\psi - \frac{1}{2}\right) = A\left(\frac{r}{a}\right)^2 \left(\sin^2\psi - \frac{1}{3}\right) ,$$

gdzie,	r	-	promień wodzący,
	ψ	-	szerokość geocentryczna,
	R	-	parametr skalujący odległość,
	А, В	-	współczynniki zależne od wybranego parametru R

 $P_2(.)$ - wielomian drugiego stopnia Legendre'a.

Ostatnia forma równania 41 przedstawia wyrażenie na W_2 dla elipsoidy GRS80 gdzie a to długość dużej półosi elipsoidy. Zgodnie z konwencją Międzynarodowej Służby Ruchu Obrotowego Ziemi i Systemów Odniesienia IAG (ang. IERS) z 2003 roku, amplituda fali W_2 jest równa $H_2 = 0.31460 m$ (*McCarthy i Petit, 2003*). Wykorzystując zależności z powyższej publikacji można wyznaczyć wartość współczynnika $A = -2.9166 \frac{m^2}{s^2}$. W praktyce wykorzystuje się W_2 w funkcji szerokości geodezyjnej φ oraz wysokości elipsoidalnej h:

42)
$$W_2(\varphi,h) = (1 + h \cdot 0.31 \times 10^{-6})(0.9722 - 2.8841 sin^2 \varphi - 0.0195 sin^4 \varphi) \left[\frac{m^2}{s^2}\right].$$

Na obszarze Europy możliwe jest pominięcie zależności od wysokości elipsoidalnej **h**. Powoduje to błąd nie większy niż $0.001 \frac{m^2}{s^2}$. Otrzymuje się wtedy:

43)
$$W_2(\varphi) = 0.9722 - 2.8841 \sin^2 \varphi - 0.0195 \sin^4 \varphi \left[\frac{m^2}{s^2}\right]$$

Równanie 43 przedstawia wartość permanentnego potencjału pływowego. W celu otrzymania wartości geopotencjalnej w systemie zerowego pływu, należy dodać $W_2(\varphi)$ do wartości geopotencjalnej wyrażonej w systemie średniego pływu. W celu przedstawienia wpływu przejścia na system zerowego pływu wysokości normalnych, należy wyznaczyć wartość:

44)
$$H_2(\varphi) = W_2(\varphi)/\gamma_0(\varphi) = +99.40 - 295.41 sin^2 \varphi - 0.42 sin^4 \varphi \ [mm].$$

Zatem w celu porównania wysokości normalnych wyrażonych w układzie EVRF2007 z wysokościami normalnymi w układzie Kronsztadt86, należy wyrazić je w jednym systemie pływowym poprzez uwzględnienie wartości $H_2(\varphi)$.

Wpływ na wysokość elipsoidalną

Trójwymiarowe współrzędne geodezyjne wyrażone w ETRS89 lub ITRF(xx) dotyczą położenia punktów w systemie bez-pływowym. Aby utrzymać zgodność z wysokościami normalnymi wyrażonymi w systemie zerowym, należy przedstawiać pozycję punktów w systemie średniego pływu. W tym celu do współrzędnych należy dodać wektor $\Delta \vec{r}$ (*Ihde i inni, 2007*):

45)
$$\Delta \vec{r} = K + L , \quad gdzie:$$

$$K = \{ [-120.61 + 0.12P_2(sin\psi)]P_2(sin\psi) \} \hat{r} ,$$

$$L = \{ [-25.21 - 0.06P_2(sin\psi)]sin2\psi \} \hat{n} ,$$

gdzie, \hat{r} - wektor jednostkowy o kierunku z geocentrum do stacji,

 \hat{n} - wektor jednostkowy prostopadły do wektora \hat{r} w kierunku północnym.

Na potrzeby niniejszej pracy dyplomowej, istnieje potrzeba wykorzystania jedynie rzutu wektora $\Delta \vec{r}$ na normalną do elipsoidy GRS80 tj. wpływu na wysokość elipsoidalną. Otrzymuje się wtedy równanie:

46)
$$h_T(\varphi) = +60.34 - 179.01 \sin^2 \varphi - 1.82 \sin^4 \varphi \ [mm].$$

Powyższe równanie określa poprawkę jaką należy uwzględnić przeliczając wysokości elipsoidalne z systemu bez-pływowego do systemu średniego pływu. W części praktycznej pracy dyplomowej, wykorzystano również tę poprawkę, w celu porównania anomalii wysokości modelu EGG2008 z modelami GUGIK.

6 Przygotowanie materiału badawczego

6.1 Dostępny materiał badawczy

Część badawcza tejże pracy dyplomowej opiera się na następujących danych:

- 1. różnicach wysokości na 41 480 punktach polskiej podstawowej bazowej osnowy wysokościowej pomiędzy układem Kronsztadt86 oraz EVRF2007;
- 2. sieci punktów EUVN wraz z zagęszczeniem;
- 3. ekscentrach klasy A sieci ASG-EUPOS;
- 4. przewyższeniach na odcinkach niwelacyjnych pomiędzy ekscentrami ASG-EUPOS, a reperami wysokościowej bazowej osnowy podstawowej;
- 5. współrzędnych geodezyjnych wybranych reperów dwóch linii niwelacyjnych: Nowy Targ Zakopane oraz Warszawa Wola Sochaczew.

6.1.1 Repery podstawowej bazowej osnowy wysokościowej kraju

W badaniu wykorzystano różnice wysokości pomiędzy układami Kronsztadt86 i EVRF2007 na punktach podstawowej osnowy wysokościowej kraju (dawna sieć I i II klasy). Dane te otrzymano z Centralnego Ośrodka Dokumentacji Geodezyjnej i Kartograficznej (CODGIK) w Warszawie. Łącznie otrzymano informacje o 41 480 reperach polskiej sieci niwelacyjnej, zawierające numer reperu, szerokość geodezyjną $\boldsymbol{\varphi}$, długość geodezyjną $\boldsymbol{\lambda}$, różnicę wysokości pomiędzy układami oraz klasę reperu [*Załącznik nr 1*].

Tabela	3	Przykładowy	rekord	tabeli	zawierającej	dane	0	różnicach	wysokości	pomiędzy	układem
Kronszta	adta	86 oraz EVRF2	007.								

			PL-ETRF	ΔΗ					
Nr reperu		9	0			λ	EVRF07-KRON86	Klasa	
	[]	[']	["]	[]	[']	["]	[m]		
10220010	52	22	9,0537	19	17	43,4958	0,1580	Ι	

Współrzędne geodezyjne φ i λ otrzymano w układzie ETRF89 na epokę 1989.0, odnoszą się do elipsoidy GRS80. Otrzymane współrzędne zostały zapisane z precyzją do 0.0001", należy jednak zaznaczyć, że rzeczywista dokładność tych współrzędnych oscyluje w przedziale od 20 do 30 metrów.

6.1.2 Sieć punktów EUVN oraz EUVN_DA

Drugim wykorzystanym zbiorem danym, było 10 punktów z międzynarodowej kampanii satelitarnej EUVN przeprowadzonej w 1997 roku, oraz jej krajowego zagęszczenia mającego miejsce dwa lata później. Rozwinięcie krajowej sieci EUVN o międzynarodowym akronimie EUVN_DA¹⁰ tworzyły 52 punkty, równomiernie rozmieszczone po obszarze kraju. W tej grupie, 45 punktów stanowiły repery byłej sieci niwelacji precyzyjnej I klasy (aktualnie osnowa wysokościowa I i II klasy została połączona w wysokościową bazową osnowę podstawową). Współrzędne geodezyjne $\boldsymbol{\varphi}$, $\boldsymbol{\lambda}$ i wysokość elipsoidalną \boldsymbol{h} pozyskano w układzie ETRF89 (e. 1989.0) oraz ITRF96 (e. 1997.4) z raportu Politechniki Warszawskiej pod tytułem "*Rozwinięcie krajowej sieci EUVN poprzez wykonanie pomiarów satelitarnych GPS na*

 $^{^{10}\} EUVN_DA$ ang. European Vertical Reference Network Densification Action

punktach podstawowej osnowy wysokościowej". Wykorzystano również współrzędne geodezyjne 37 punktów EUVN_DA, które brały udział w najnowszej kampanii pomiarowoobliczeniowej (lata 2008 – 2011) w układzie ETRF2000 (e. 2011.0). Pozostałe 15 punktów EUVN_DA, uległo zniszczeniu, co uniemożliwiło wykonanie pomiarów. Wysokości normalne w układzie Kronsztadt86 oraz EVRF2007 pozyskano z oficjalnych danych podkomisji EUREF [Załączniku nr 2].

	identifikator		ETRF1989		ITRF1996	ETRF2000	ść normalna	
Nazwa stacji	EUVN	φ	λ	h ^{e/}	h ^{e/}	h ^{e/}	stacji	EUVN [m]
	5 znaków	[°]	[°]	[m]	[m]	[m]	Kr	EVRF2007
Zyrzyn	PL103	51.47563	22.05814	181.5586	181.5472	181.5251	149.276	149.445
Wlodawa	PL104	51.55783	23.41953	198.4732	198.4673	198.4436	169.898	170.068

Tabela 4 Przykładowy rekord tabeli zawierającej dane dotyczące sieci EUVN oraz EUVN_DA.

W tym miejscu należy podkreślić, że podczas zakładania, zarówno sieci punktów głównych jak i sieci zagęszczającej, GUGIK nie docenił jej przyszłego przeznaczenia i możliwości wykorzystania. Dlatego też, sieć ta nie spełnia funkcji narzucanych jej przez Podkomisję EUREF. W dalszej części pracy pod akronimem EUVN będą rozumiane oba zbiory punktów, punkty główne oraz punkty krajowego zagęszczenia.

6.1.3 Sieć ekscentrów ASG-EUPOS

Kolejnym użytym zbiorem punktów były główne ekscentry (klasy A) Aktywnej Sieci Geodezyjnej ASG-EUPOS [Załącznik nr 3]. Jest to zbiór 109 punktów o precyzyjnie wyznaczonych współrzędnych geodezyjnych w układzie ETRF2000 (e. 2011.0) dowiązanych niwelacją precyzyjną do najbliższych reperów wysokościowej osnowy podstawowej. Informacje dotyczące punktów tej sieci otrzymano ze sprawozdania technicznego pt. *Zintegrowanie podstawowej osnowy geodezyjnej na obszarze Polski ze stacjami referencyjnymi systemy ASG-EUPOS*. Ponieważ na dzień dzisiejszy (02.06.2014 r.) nie zostały podane oficjalne wysokości normalne tychże punktów w układzie EVRF2007, dokonano własnego obliczenia ich wartości w oparciu o różnice wysokości pomiędzy układami Kronsztadt86 i EVRF2007 na punktach podstawowej osnowy wysokościowej oraz informacje o dowiązaniach ekscentrów ASG-EUPOS do tejże osnowy (rozdział 6.2.2).

6.1.4 Wybrane repery linii niwelacyjnych

Ostatnim wykorzystanym zbiorem danych były wybrane repery dwóch linii niwelacyjnych. Pierwsza linia, Nowy Targ – Zakopane, charakteryzująca się wyżynno-górzystym pokryciem terenu, składa się z 14 reperów rozmieszczonych wzdłuż drogi krajowej nr 47. Repery posiadają współrzędne w układzie ETRF2000 (e. 2011). Charakterystyka topografii tego obszaru, pozwala *a priori* założyć występowanie względnie dużych błędów modelowych anomalii wysokości.

Druga linia, Warszawa – Sochaczew znajduje się na obszarze Niziny Mazowieckiej, składa się z 24 reperów rozmieszczonych wzdłuż drogi krajowej nr 92. Siedemnaście reperów posiada współrzędne wyrażone w układzie ETRF1989 (e. 1989.0). Pozostałe repery (7) posiadają współrzędne wyrażone w układzie ETRF2005 (e. 2008.13). Źródłem danych dotyczących tejże linii była praca dyplomowa napisana w Katedrze Geodezji i Astronomii Geodezyjnej Politechniki Warszawskiej (*Adach i Ambroziak, 2013*).

Obie linie niwelacyjne zostały wykorzystane do obserwacji zmian dokładności modelowych anomalii wysokości, zachodzących po wprowadzaniu korekt do modeli (np.: do modelu EGG08).

6.2 Analiza dostępnego materiału badawczego

6.2.1 Sieć punktów EUVN oraz zagęszczenie EUVN_DA

Zakresy [cm]

Mniej niż -4.0

od -4.0 do -3.5

od-3.5 do -3.0

od -3.0 do -2.5 od -2.5 do -2.0

od -2.0 do -1.5 od -1.5 do -1.0

od -1.0 do -0.5 od -0.5 do 0.0

od 0.0 do 0.5 od 0.5 do 1.0

od 1.0 do 1.5

od 1.5 do 2.0

od 2.0 do 2.5

Więcej niż 2.5

Częstość

0

1 0

0

4 10

<u>5</u> 11

> 8 7

9

3

2 1

0

Rozporządzeniem Ministra Administracji i Cyfryzacji z dnia 30 marca 2012 r. w sprawie osnów geodezyjnych, grawimetrycznych i magnetycznych wprowadza nowy podział osnowy wysokościowej na:

- 1. fundamentalną osnowę wysokościową tworzoną przez punkty główne sieci EUVN;
- 2. podstawową bazową osnowę wysokościową tworzoną przez:
 - a. punkty (repery) sieci niwelacyjnej I i II klasy spełniające zadane w rozporządzeniu kryteria dokładnościowe,
 - b. punkty rozwinięcia krajowej sieci EUVN.

Podział ten reguluje sposób wprowadzenia w Polsce wysokości realizowanych przez układ EVRF2007. Na podstawie 10 punktów tworzących fundamentalną osnowę wysokościową, należy wyrównać podstawową bazową osnowę wysokościową. Wysokości punktów osnowy fundamentalnej zostały przekazane Polsce przez centrum obliczeniowe UELN. Podczas analizy różnic wysokości układów Kroszntadt86 oraz EVRF2007 pomiędzy punktami EUVN, a najbliższymi dla nich punktami osnowy wysokościowej wykryto niespójności [Załącznik nr 4]. Należy zauważyć, że różnice wysokości pomiędzy dwoma układami na pobliskich reperach, biorących udział w jednym wyrównaniu, powinny zmieniać się płynnie. W przypadku punktów EUVN oraz najbliższych reperów osnowy wysokościowej ten warunek nie jest spełniony. Wartości tych różnic są niesystematyczne i wahają się pomiędzy -20 mm a +20 mm (*Tabela 5*). Największe moduły różnic zaobserwowano dla punktu *PL113* w Jarosławiu oraz dla punktu *PL137* w Toruniu, odpowiednio -3.7 cm oraz -2.3 cm. Natomiast najmniejszymi modułami różnic charakteryzują się punkty *PL110* w Tomaszowie Lubelskim oraz *PL128* w Grójcu, odpowiednio 2 mm i 5 mm.

						Н	ist	og	ra	m						
	12 -]														
	10 -															
ść	8 -	-														
ęsto	6 -	-														
S	4 -															
	2 -	-														
	0 -	 			1											1
		-4.0	-3.5	-3.0	-2.5	-2.0	-1.5	-1.0	-0.5	0.0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	2.5
		niż	Р	g	Р	ę	ę	- B	ĝ	р	op (ор I	ob (ob D	ob (niż
		iej	4.0	3.5	3.0	2.5	2.0	1.5	1.0	- 0.1	0.0	0.5	1.0	1.2	2.0	ęcej
		Σ	- po	-po	- po	- po	- po	- po	- po	ро	ро	ро	ро	ро	ро	Ň
					1	War	tość	ć róż	nic	y [cr	n]					

Tabela 5 Histogram różnic wartości różnicy wysokości pomiędzy układami Kronsztadt86 a EVRF2007 dla punktów EUVN i najbliższych dla nich reperów osnowy wysokościowej [opracowanie własne].

W powyższej tabeli <u>nie zamieszczono różnicy dla punktu EUVN Borowa Góra, gdyż wysokość tego punktu w układzie EVRF2007 obarczona jest błędem grubym</u>, a analizowana różnica osiąga wartość 49.6 cm. Powyższa niespójność wprowadza brak unifikacji pomiędzy siecią punktów EUVN, a siecią ekscentrów ASG-EUPOS.

Powyższy wywód świadczy to o <u>wprowadzeniu układu EVRF2007 na obszarze Polski, w inny</u> <u>sposób, niż w oparciu o wyrównanie sieci wysokościowej w nawiązaniu do punktów</u> <u>fundamentalnych (tj. punktów głównych EUVN).</u> Domniemywa się, że sieć wyrównano w nawiązaniu do reperów węzłowych, których wysokości również były przekazane Polsce przez centrum UELN. Jednakże kwestia ta winna zostać poruszona i opisana przez Głównego Geodetę Kraju.

6.2.2 Sieć ekscentrów ASG-EUPOS

Wprowadzenie ekscentrów sieci ASG-EUPOS do badań nad dokładnościami analizowanych modeli (GUGIK2001, EGG2008), wymagało aby punkty te spełniały dwa warunki:

- 1. posiadały wysokości normalne w układzie EVRF2007;
- 2. posiadały współrzędne geodezyjne $\boldsymbol{\varphi}$, $\boldsymbol{\lambda}$, \boldsymbol{h} wyrażone w układzie ITRF96 (e. 1997.4).

6.2.2.1 Ekscentry ASG-EUPOS - wysokości normalne w układzie EVRF2007

W celu wyznaczenia wysokości normalnych w układzie EVRF2007 wykorzystano informacje o odcinkach niwelacyjnych, pomiędzy punktami podstawowej osnowy wysokościowej, a ekscentrami. Pierwotnie te odcinki posłużył do wyznaczenia wysokości w układzie Kronsztadt86. Wykorzystano następujące zależności:

$$H_i^{Kr} + \Delta H^{niw} = H_{rep}^{Kr} ,$$

$$H_{rep}^{Kr} + \Delta H^{EVRF/Kr} = H_{rep}^{EVRF} ,$$

$$H_{rep}^{EVRF} - \Delta' H^{niw} = H_i^{EVRF} ,$$

gdzie, H_i^{Kr} - wysokość normalna i-tego ekscentru ASG w układzie Kronsztad86 (dana); ΔH^{niw} - przewyższenie pomiędzy ekscentrem a reperem nawiązania w systemie średniego pływu (dane);

H^{*Kr*}_{*rep*} - wysokość normalna reperu nawiązania w układzie Kronsztadt86;

 $\Delta H^{EVRF/Kr}$ - różnica wysokości pomiędzy układami na reperze nawiązania (dana);

H^{EVRF}_{rep} - wysokość normalna reperu nawiązania w układzie EVRF2007;

 $\Delta' H^{niw}$ - przewyższenie pomiędzy ekscentrem ASG-EUPOS a reperem nawiązania w systemie zerowego pływu;

Sprowadzając powyższy zapis do jednego równania otrzymuje się:

50)
$$H_i^{Kr} + \Delta H^{niw} + \Delta H^{EVRF/Kr} - \Delta' H^{niw} = H_i^{EVRF}$$

Zakładając, że przewyższenie podane w systemie średniego pływu ΔH^{niw} jest równe przewyższeniu w systemie zerowego pływu $\Delta' H^{niw}$ otrzymuje się równanie:

51)
$$H_i^{Kr} + \Delta H^{EVRF/Kr} = H_i^{EVRF}$$

Powyższe założenie obarcza wysokość normalną ekscentrów sieci ASG w układzie EVRF2007 błędem systematycznym, który jest równy różnicy poprawek pływowych tj. poprawki pływu średniego i poprawki pływu zerowego dla danej szerokości geodezyjnej. Nawiązanie ekscentrów ASG do dwóch różnych punktów sieci niwelacyjnej, pozwoliło na dwa niezależne wyznaczenia wysokości w układzie EVRF2007 oraz analizę odchyłek:

52)
$$H_i^{EVRF-OST} = \left(\sum_{j=1}^{j=n} H_i^{j,EVRF}\right) / n ,$$

gdzie: $H_i^{EVRF-OST}$ -ostateczna wysokość *i-tego* ekscentru ASG w układzie EVRF2007; $H_i^{j,EVRF}$ -wysokość *i-tego* ekscentru ASG w nawiązaniu do *j-tego* reperu.

Największa różnica pomiędzy wyznaczeniami wysokości ekscentru ASG-EUPOS w oparciu o dwa odcinki niwelacyjne osiągnęła wartość 5.5 mm, dla punktu *ELBL08*. Ponieważ wartość ostateczną wysokości, przyjmowano jako średnią z obu wyznaczeń, maksymalny błąd pozorny tejże średniej wyniósł 2.8 mm. Wzór na błąd średni wysokości $H_i^{EVRF-OST}$:

53)
$$m_H^{ASG} = \sqrt{\frac{[VV]}{N-i}} ,$$

gdzie, m_H^{ASG} - błąd średni obliczonych wysokości ekscentrów sieci ASG; N - liczba odchyłek wszystkich stacji

54)
$$[VV] = \sum_{i=1}^{i=107} \sum_{j=1}^{j=n} (H_i^{EVRF-OST} - H_i^{j,EVRF})^2 .$$

Ze zbioru 109 ekscentrów ASG-EUPOS wyrzucono dwa punkty z sumowania kwadratów odchyłek. Pierwszym punktem była ekscentr stacji w Gdańsku, ponieważ dla jednego z jej reperów nawiązania nie posiadano różnicy wysokości normalnych pomiędzy układem EVRF2007 a Kronsztadt86. Drugim punktem był ekscentr stacji w Krakowie, który posiadał tylko jedno nawiązanie do osnowy wysokościowej. Stąd i_{max} =107. Otrzymano błąd średni wysokości w układzie EVRF2007:

$$m_H^{ASG} = 0.001 m ,$$

Tabela 6 Fragment obliczeń wysokości normalnych ekscentrów ASG-EUPOS w układzie EVRF2007[Załącznik nr 5].

Repery odcinka niw.		ΔH^{niw} $\Delta H^{EVRF/I}$		H _i ^{Kr}	H ^{EVRF2007}	H ^{EVRF-OST}	V _i [m]				
Р	К		[m]								
31530037	GDAN8	-	0.1658	4.4383	4.6041	4.6041	-				
GDAN8	31530043	-	bd	4.4383	bd		-				
16330048	KRAW9	-	0.1812	205.2385	205.4197	205.4197	-				
54140052	ZYWI8		0.1651	346.0503	346.2154	346.2154	0.0023				
ZYWI8	ZYWI9	-2.637773									
ZYWI9	54140051		0.1621	343.4132	343.5753	343.5753	0.0023				

który należy uzupełnić o wpływ błędu wynikającego z różnicy poprawek pływowych. W tym celu wykorzystano wzór 44:

$$H_2(\varphi) = +99.40 - 295.41 \sin^2 \varphi - 0.42 \sin^4 \varphi$$
 [mm].

Wzór ten przedstawia różnicę pomiędzy wysokością normalną wyrażoną w systemie zerowego pływu, a tą samą wysokością wyrażoną w systemie średniego pływu, jako funkcję szerokości

geodezyjnej. Podczas wyznaczania wysokości w układzie EVRF2007 przyjęto, że wpływ przejścia na inny system pływowy, jest zaniedbywalny dla przewyższeń pomiędzy pobliskimi reperami. Aby w pełni oszacować dokładność obliczonych wysokości normalnych ekscentrów ASG-EUPOS w układzie EVRF2007, dokonano analizy różnicy wartości $H_2(\varphi)$ dla pobliskich reperów. Wyznaczono różnicę $\Delta H_2(\varphi)$ dla danego ekscentru ASG-EUPOS oraz reperu osnowy wysokościowej, który był wykorzystywany w wyznaczeniu wysokości normalnej. Następnie oszacowano wpływ tej poprawki na każdy ekscentr ASG-EUPOS, obliczając średnią dla obu odcinków niwelacyjnych do których był on nawiązany. Obliczenia zamieszczono w [Załączniku nr 5a]. Otrzymano średnią kwadratową o wartości 0.02 mm. Potwierdza ona, że na potrzeby niniejszej pracy dyplomowej wpływ zmiany systemu pływowego na przewyższenia jest zaniedbywalny. Obliczenia dotyczące wyznaczenia wysokości ekscentrów sieci ASG-EUPOS w układzie EVRF2007 zawarto w [Załączniku nr 5] oraz w [Załączniku nr 5a].

Tabela 7 Fragment obliczeń wpływu zmiany systemu pływowego na wartość przewyższenia na odcinku niwelacyjny [Załącznik nr 5a].

Repery odcinka niw.		φΡ	φΚ	$H_2(\varphi)$		$\Delta H_2(\boldsymbol{\varphi})$	wpływ
Р	К	[°]	[°]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]
WLBR8	46230852	50.75810	50.74931	-77.94	-77.90	-0.04	
46230854	WLBR8	50.74117	50.75810	-77.86	-77.94	-0.09	-0.1

6.2.2.2 Ekscentry ASG-EUPOS - Transformacja do układu ITRF96

W celu dokonania pełnej analizy dokładności poszczególnych modeli quasi-geoidy, na obszarze Polski, zaistniała potrzeba dysponowania współrzędnymi geodezyjnymi (głównie wysokościami elipsoidalnymi) w układzie ITRF96 (e. 1997.4). Było to spowodowane umożliwieniem rzetelnego oszacowania dokładności modelu GUGIK2001, a także modelu EGG08. Model Geoidy Niwelacyjnej 2001 został wpasowany w punkty satelitarno-niwelacyjne, których współrzędne były wyrażone w układzie ITRF96. Natomiast, model EGG08 podlegał wertykalnemu przesunięciu o +0.300 m, które zostało obliczone jako średnia z różnic anomalii wysokość na europejskich punktach EUVN_DA¹¹, zakłada się, że wartość przesunięcia wyznaczono wykorzystując wysokości elipsoidalne w układzie ITRF96.

W celu przeprowadzenia analiz nad dwoma opisanymi powyżej zagadnieniami, należało przetransformowano zbiór 109 ekscentrów sieci ASG-EUPOS z układu ETRF2000 na układ ITRF96 (e. 1997.4). Transformację tę przeprowadzono dwustopniowo:

- 1. transformacja z układu ETRF2000 (e. 2011.0) do układu ETRF1989 (e. 1989.0);
- 2. transformacja z układu ETRF1989 (e. 1989.0) do układu ITRF1996 (e. 1997.4).

Pierwszą transformację wykonano w programie *trans_etrf_pl_2*, była to transformację 7-mio parametrowa [rozdział 5.1]. Program *trans_etrf_pl_2* wykorzystuje współczynniki transformacji wyznaczone metodą najmniejszych kwadratów dla 330 punktów sieci POLREF. Wyznaczenie współczynników transformacji w oparciu o sieć POLREF było możliwe, gdyż sieć ta posiada współrzędne geodezyjne w obu układach odniesienia.

¹¹ Średnia +0.300 m została obliczona z wyłączeniem punktów EUVN_DA znajdujących się we Włoszech oraz w Wielkiej Brytanii.

Drugi etap przeprowadzono wykorzystując zbiory współrzędnych XYZ sieci EUVN w układzie ETRF1989 (e. 1989.0) oraz ITRF1996 (e. 1997.4). Transformację wykonano w oprogramowaniu GEONET jako transformację konforemną (7-mio parametrową) wraz z obliczeniem poprawek Hausbrandta dla transformowanych punktów *[Załącznik 7].* Parametry transformacji wyznaczono wykorzystując 64 punkty sieci EUVN, które stanowiły zbiór punktów łącznych. Współrzędne biegunów transformacji wynoszą odpowiednio, dla zbioru pierwotnego: X=3685398.78221, Y=1278871.61616, Z=5023579.93497, oraz dla zbioru wtórnego: X=3685398.59420, Y=1278871.69737, Z=5023580.03459. Parametry transformacji wyznaczone dla biegunów transformacji, zestawiono w tabeli nr 8.

Tabela 8 Parametry transformacji dla środków ciężkości, pomiędzy układem ETRF89 (e. 1989.0) a ITRF96 (e. 1997.4), wyznaczone na punktach sieci EUVN [opracowanie własne].

	Parametry transformacji (ETRF89 → ITRF96)												
μ	0.99999995	[-]	-0.004682	ррт									
ε1	-6.48416E-09	rad	-0.001337	["]									
ε2	-2.06027E-08	rad	-0.004250	["]									
εЗ	8.36439E-09	rad	0.001725	["]									
Тx	-0.1880	[m]	-18.80	[cm]									
Тy	0.0812	[m]	8.12	[cm]									
Tz	0.0996	[m]	9.96	[cm]									

Największe wartość korekty Hausbrandta dla zbioru punktów łącznych otrzymano na punkcie *PL001* w Brudzowicach, o łącznej wartości przesunięcia 2.3 cm [-1.46 cm dla X, -0.23 cm dla Y, -1.71 cm dla Z]. Błąd średni transformacji wyniósł 0.0047 m. Do dalszych analiz przyjęto współrzędne poprawione korektą post-transformacyjną Hausbrandta.

Tabela 9 Zestawienie błędów średnich otrzymanych na punktach łącznych po transformacji [opracowaniewłasne].

Parametr statystyczne	Wielkość	Jednostka	
	тX	0.0040	[m]
Średniokwadratowe odchyłki współrzędnych	mΥ	0.0016	[m]
	mΖ	0.0038	[m]
Błąd średni transformacji	μt	0.0047	[m]

Wykorzystując błędy współrzędnych mX, mY, mZ po transformacji, oszacowano ich wpływ na wysokości elipsoidalne transformowanych punktów. Największy błąd wysokości elipsoidalnej otrzymano na ekscentrze *TARG9* w Tarnowskich Górach, błąd ten oszacowano na -0.009 m. Natomiast wykorzystując średniokwadratowe odchyłki oraz średnie wartości współrzędnych geodezyjnych φ i λ , dla całej sieci ów wpływ oszacowano na 0.006 m.

Alternatywnie, istniała możliwość bezpośredniej transformacji z układu ETRF2000 do układu ITRF96. Funkcję punktów łącznych pełniłoby w tej transformacji 37 punktów EUVN_DA, które zostały pomierzone podczas najnowszej kampanii satelitarnej w latach 2008-2011. Jednakże nie wykorzystano tej możliwości, ze względu na niską liczebność zbioru punktów łącznych.

6.2.3 Różnica wysokości pomiędzy układami EVRF2007 oraz Kronszatdt86

W przeprowadzonych badaniach fundamentalną rolę odegrały różnice wysokości normalnych na reperach podstawowej bazowej osnowy wysokościowej. Dane dotyczące 41 480 reperów pozyskano z Centralnego Ośrodka Dokumentacji Geodezyjnej i Kartograficznej w Warszawie.



Rysunek 10 Graficzne przedstawienie rozkładu różnic wysokości normalnych pomiędzy układem EVRF2007 a układem Kronsztadt86 [opracowanie własne].

Na rysunku 10 przedstawiono przestrzenny rozkład różnic wysokości normalnych pomiędzy układem EVRF2007 oraz układem Kronsztadt86. Modelowania dokonano na podstawie różnic wysokości na punktach podstawowej osnowy wysokościowej. Średnia różnica wysokości pomiędzy tymi układami wynosi około 16.5 cm. Uwzględniając, że odnosi się ona do wysokości normalnych w układzie Kronsztadt86 podanych w systemie średniego pływu oraz dla wysokości normalnych w układzie EVRF2007 wyrażonych w systemie zerowego pływu.

Należy zwrócić uwagę na przestrzenny rozkład wahań tych różnic. Obszarem szczególnym jest teren południowo wschodniej Polski, gdzie następuje gwałtowny skok z wartości minimalnej około 12.5 cm na terenie Rzeszowa do wartości maksymalnej około 19.5 cm na obszarze Sanoka oraz Bieszczad. Kolejnymi obszarami na których następuje lokalne zaburzenie wartości różnicy wysokości normalnych są między innymi okolice: Bartoszyc przy granicy z Obwodem Kaliningradzkim, Warszawy, Płocka, Sieradza i Kalisza, Jarocina, Białej Podlaskiej oraz północna część województwa zachodnio pomorskiego. Zaburzenia te nie wynikają jednak ze zmiany punktu nawiązania całej sieci tzn. z Kronsztadu na Amsterdam, tylko mogą być wynikiem *(Gajderowicz, 2007):*

1. ruchów pionowych skorupy ziemskiej jakie wystąpiły pomiędzy epokami pomiarów, tj. pomiędzy latami 1974-1982 a 1999-2002;

- 2. deformacji wprowadzonych w procesie wyrównania układu Kronsztadt86, wynikających z przyjęcia wysokości nawiązania z JWSN;
- 3. różnic oddziaływania błędów przypadkowych i systematycznych pomiarów w obu kampaniach niwelacyjnych.

Należy pamiętać, że układ Kronsztadt86 opiera się na wynikach III Kampanii Niwelacyjnej, natomiast przewyższenia pomiędzy reperami przekazane do centrum UELN, które wzięły udział w wyrównaniu EVRF2007 pochodzą z IV Kampanii Niwelacyjnej. Potwierdza to bardzo duża korelacja rozkładu izolinii dla różnic wysokości pomiędzy układem EVRF2007 a układem Kronsztadt86 (Rysunek 10) oraz różnic wysokości pomiędzy układem Kronsztadt2006 a układem Kronsztadt86 (Rysunek 4). Pomimo bardzo dużej zgodności pomiędzy przebiegiem izolinii różnic wysokości par układów EVRF2007-Kronsztadt86 oraz Kronsztadt2006-Kronsztadt86, istnieją obszary na których przebieg izolinii się nie pokrywa. Niezgodności te głównie występują w województwie dolnośląskim, w części południowo zachodniej oraz na południe od Kłodzka.

Z powyższej analizy wynika, że rozkład różnic wysokości pomiędzy układem EVRF2007 oraz Kronsztadt86, pod względem odchyleń od średniej, jest niemal identyczny jak rozkład różnic pomiędzy układami Kronsztadt06 oraz Kronsztadt86. W swojej publikacji Gajderowicz *(Gajderowicz, 2007)* podkreśla, że wyżej wspomniany obszar w okolicy Rzeszowa został sprawdzony pod kątem wystąpienia błędów w obserwacjach i takich błędów nie stwierdzono. Jeżeli więc wyniki IV Kampanii Niwelacyjnej nie zawierały błędów na tym obszarze, to taki przebieg izolinii różnic pomiędzy wynikami III oraz IV Kampanii Niwelacyjnej, musi wynikać z błędów pomiarowych w wynikach III Kampanii Niwelacyjnej. Tezę tę potwierdzają informacje o wykorzystaniu w południowo-wschodniej Polsce, podczas III Kampanii, niwelatorów precyzyjnych Opton Ni1 charakteryzujących się istotnym wpływem błędów systematycznych.

Oznacza to, że katalogowe wysokości normalne wszystkich punktów satelitarno-niwelacyjnych na tym obszarze, które w późniejszej części pracy posłużyły do oszacowania dokładności modeli quasi-geoid, zawierają błędy które negatywnie wpływają na proces analizy dokładności.

7 Badanie dokładności wybranych modeli quasi-geoidy

Analizy mające na celu ustalenia dokładności poszczególnych modeli quasi-geoidy na obszarze Polski, przeprowadzono na modelach: "Geoida Niwelacyjna GUGIK2001", "Geoida Niwelacyjna GUGIK2011" oraz "European Gravimetric Geoid 2008 - EGG08". Głównym celem analiz było oszacowanie dokładności modelu EGG08 w porównaniu do polskich modelu GUGIK.

7.1 Polski model "Geoida Niwelacyjna 2001"

Prace badawcze rozpoczęto od analizy dokładnościowej modelu quasi-geoidy opublikowanego w 2001 roku przez Główny Urząd Geodezji i Kartografii o nazwie "Geoida Niwelacyjna GUGIK2001". Badanie dokładności modelu przeprowadzono niezależnie na dwóch sieciach satelitarno-niwelacyjnych: sieci EUVN (wraz z EUVN_DA) oraz sieci ekscentrów ASG-EUPOS. W tym miejscu należy przypomnieć, że sieć punktów EUVN wraz z zagęszczeniem posłużyła w tworzeniu modelu GUGIK2001 jako punkty wpasowania grawimetrycznego modelu *quasi97b.* Z tego względu dokładności charakteryzujące model GUGIK2001, oszacowane na podstawie sieci EUVN należy traktować jako mało wiarygodne.

Różnicę anomalii wysokości otrzymano odejmując wartości empiryczne od wartości generowanych przez model GUGIK2001 na punktach o danych współrzędnych geodezyjnych:

55)
$$\Delta^{GUGIK2001} = \zeta^{mod} - \zeta^{empir.} = \zeta^{GUGIK2001} - (h^{elip} - H^{Kr86}),$$

gdzie, h^{elip} wysokość elipsoidalna danego punktu sieci satelitarno-niwelacyjnej; H^{Kr86} wysokość normalna w układzie Kronsztadt86; $\zeta^{GUGIK2001}$ wartość anomalii wysokości wygenerowana przez model GUGIK2001.

Obliczenia zamieszczono w *[Załączniku nr 7].* Analizę przeprowadzono wykorzystując wysokości elipsoidalne w układach ETRF1989 (e. 1989.0), ITRF1996 (e. 1997.4) oraz ETRF2000 (e. 2011.0). Celem wykorzystania wszystkich dostępnych układów odniesienia, było przedstawienie błędów, popełnianych poprzez wykorzystanie błędnego układu odniesienia wysokości elipsoidalnych.

Tabela 11 Fragment obliczeń różnic anomalii wysokości pomiędzy wartościami empirycznymia modelowymi z modelu GUGIK2001, fragment [Załącznika nr 7].

ID stacji		h	^{el} [średni pływ	v]	ζMOD	$\Delta \zeta$			
	ΠΛΟΟ	ETRF89 ETRF2000		ITRF96	GUGIK2001	ETRF89	ETRF2000	ITRF96	
	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[cm]	[cm]	[cm]	
WLBR8	453.8662	496.7279	496.6606	496.6999	42.808	5.4	-1.4	2.6	
WLDW8	155.5775	184.0507	183.9683	184.0450	28.493	-2.0	-10.2	-2.5	
PL124	116.2908	147.7902	-	147.7824	31.486	1.3	-	0.6	
PL125	145.5792	173.7745	173.7609	173.7742	28.249	-5.4	-6.7	-5.4	

Najniższą wartość różnicy, dla sieci EUVN, pomiędzy anomalią wysokości generowaną przez model GUGIK2001 a anomalią empiryczną (ITRF96), otrzymano na punkcie we Włodawie (*PL104*), wartość tej różnicy wyniosła -6.4 cm. Również dla sieci ekscentrów ASG-EUPOS, najniższą różnicę otrzymano na ekscentrze stacji we Włodawie, wartość tej różnicy wyniosła -2.5 cm. Należy pamiętać że punkty EUVN (np.: PL104) stanowiły punkty wpasowania grawimetrycznego modelu *quasi97b*, który jako model grawimetryczny posiada widoczny efekt brzegowy na obszarach granicznych z krajami wschodnimi. Poniekąd jednak, względnie niska różnica na ekscentrze ASG-EUPOS w Włodawie *WLDW8*, która jest obarczona błędami transformacji do układu ITRF96, może sugerować, popełnienie błędu grubego podczas pomiaru punktu EUVN_DA PL104. Najwyższą wartość różnicy anomalii wysokości dla sieci EUVN otrzymano na punkcie w Zgorzelcu, wartość tej różnicy wyniosła 3.5 cm. Ponieważ na najbliższym obszarze punktu w Zgorzelcu, nie ma stacji o tak wysokiej wartości różnicy anomalii wysokości, można domniemywać, że wynika ona z błędów wartości empirycznych dla tego punktu. Dla zbioru ekscentrów ASG-EUPOS, najwyższą wartość różnicy anomalii wysokości otrzymano na ekscentrze stacji w Proszowicach koło Krakowa. Wartość ta wyniosła 6.7 cm. Analiza statystyczna różnic anomalii wysokości została zamieszczona w tabeli nr 12.

Parametry statystyczne podane w	GL	JGIK2 001	- ASG	GUGIK2001 - EUVN			
centymetrach	ITRF96	ETRF89	ETRF2000	ITRF96	ETRF89	ETRF2000	
Średnia	1.8	3.2	-3.5	-1.0	0.4	-3.6	
Średnia kwadratowa	2.6	3.9	4.0	2.3	2.5	4.1	
Odchylenie stand.	1.9	2.2	2.0	2.1	2.5	2.0	
Kurtoza	0.3	0.3	1.4	-0.4	-0.2	0.0	
Zakres	9.2	10.7	11.6	9.9	12.0	10.0	
Minimum	-2.5	-2.0	-10.2	-6.4	-5.8	-8.8	
Maksimum	6.7	8.7	1.4	3.5	6.2	1.2	
Liczba punktów	109	109	109	62	62	42	

Tabela 12 Analiza statystyczna różnic modelowych i geometrycznych anomalii wysokości $\Delta^{GUGIK2001}$ dla modelu GUGIK2001 [opracowanie własne].



Rysunek 11 Rozkład przestrzenny różnic anomalii wysokości na punktach sieci EUVN, dla wartości empirycznych oraz danych z modelu GUGIK2001. Interpolacja wykonana metodą Krigingu. Cięcie warstwicowe 1 cm [opracowanie własne].

Analizując dane statystyczne zawarte w tabeli nr 12 należy wskazać, na najniższe wartości parametrów statystycznych otrzymanych przy wykorzystaniu układu ITRF96 na epokę 1997.4, to jest na epokę kampanii pomiarowej EUVN. Średnia kwadratowa wartość różnic anomalii wysokości wynosi dla układu ITRF96: 2.3 cm dla sieci EUVN oraz 2.6 cm dla sieci ekscentrów ASG-EUPOS. Natomiast dla układów ETRF89 oraz ETRF2000 odpowiednio: 2.5 cm i 3.9 cm oraz 4.1 cm i 4.0 cm. Wynika z tego, że w celu poprawnego wyznaczania wysokości normalnych z wykorzystaniem modelu GUGIK2001 należy dysponować współrzędnymi geodezyjnymi w układzie ITRF96 na epokę 1997.4. Natomiast wykorzystywanie wysokości elipsoidalnych w układzie ETRF2000, np.: otrzymywanych z pomiarów RTK¹² przy pomocy ASG-EUPOS, wprowadza dodatkowy błąd do anomalii wysokości o średniej wartości od 1.5 do 2.0 cm.



Rysunek 12 Rozkład przestrzenny różnic anomalii wysokości na ekscentrach sieci ASG-EUPOS, dla wartości empirycznych oraz danych z modelu GUGIK2001. Interpolacja wykonana metodą Krigingu. Cięcie warstwicowe 1 cm [opracowanie własne].

Błąd średni pojedynczego spostrzeżenia, przy założeniu empirycznej wartości anomalii wysokości jako wartości prawdziwej, równa się średniej kwadratowej tych różnic i wynosi 2.3 cm na punktach sieci EUVN. Wartość błędu średniego pojedynczego spostrzeżenia będzie w dalszej części pracy wykorzystywana jako szacunek dokładności danego modelu. Jednakże wyniki szacowania dokładności modelu GUGIK2001 na punktach sieci EUVN, należy traktować jako mało obiektywne. Wynika to z bardzo dużej korelacji sieci EUVN oraz modelu GUGIK2001.

¹² RTK (ang. Real Time Kinematic) – fazowe pomiary satelitarne GNSS, oparte na poprawkach generowanych w czasie rzeczywistym na stacjach bazowych.

Dla ekscentrów sieci ASG-EUPOS wartość średniego błędu pojedynczego spostrzeżenia wynosi 2.6 cm (ITRF96). Ze względu na całkowitą niezależność modelu GUGIK2001 oraz sieci ekscentrów ASG-EUPOS, jako ostatecznie oszacowaną dokładność modelu GUGIK2001 należy oszacowanie dokładności na 109 ekscentrach ASG-EUPOS. Podsumowując, punkty EUVN nie tworzą niezależnej sieci względem modelu GUGIK2001, dlatego też w ostatecznej ocenie należy się kierować dokładnościami osiągniętymi przez ów model na ekscentrach sieci ASG-EUPOS. Na zakończenie omawiania modelu GUGIK2001, trzeba zwrócić uwagę na widoczny wpływ efektu brzegowego w przebiegu quasi-geoidy. We wschodniej Polsce, na obszarze przygranicznym z Ukrainą i Białorusią, od okolic Kłodzka do okolic Bielska Podlaskiego, widoczne jest nagły wzrost modułów wartości różnic anomalii wysokości (Rysunek 11 oraz Rysunek 12). Ten spadek dokładności modelu GUGIK2001 jest wynikiem wykorzystania w modelowaniu modelu *quasi97b* materiału grawimetrycznego o niskiej rozdzielczości i dokładności z obszaru Ukrainy i Białorusi.

Oszacowana dokładność modelu GUGIK2001 wynosi 2.6 cm.

7.2 Polski model "Geoida Niwelacyjna 2011"

Model "Geoida Niwelacyjna GUGIK2011" jest wdrażany na obszarze Polski, jako oficjalny model quasi-geoidy dla układu Kronsztadt86 od początku 2014 roku. W przeciwieństwie do wyżej omawianego modelu GUGIK2001, fundamentem modelu GUGIK2011 jest globalny model geopotencjału EGM2008 wpasowany w dyskretną siatkę anomalii wysokości na punktach polskich sieci satelitarno-niwelacyjnych: 101 stacjach głównych ASG-EUPOS, 112 ekscentrów ASG-EUPOS, 317 punktów POLREF, 40 z 62 punktów EUVN.

Tabela	13	Fragment	obliczeń	różnic	anomalii	wysokości	pomiędzy	wartościami	empirycznymi
a modelo	wym	i z modelu (UGIK2011	, fragme	nt [Załączr	nika nr 7].			

		h	^{el} [średni płyv	v]	ζ ΜΟ	D		Δζ			
ID stacji	П К 00	ETRF89	ETRF2000	ITRF96	ETRF2000	ETRF89	ETRF89	ETRF2000	ITRF96		
	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[cm]	[cm]	[cm]		
GDAN8	4.4383	33.8833	33.8350	33.8797	29.4015	29.4497	-0.5	-0.5	-0.8		
GRAJ8	118.5838	147.1183	147.0548	147.1252	28.4727	28.5362	-0.2	-0.2	0.5		
PL005	284.6800	319.9719	319.9279	319.9505	35.2661	35.3597	-6.8	-1.8	-8.9		
PL101	155.4269	184.6225	184.5942	184.6167	29.1589	29.2349	-3.9	0.8	-4.5		

Model GUGIK2011 posiada jednoznacznie zdefiniowane układy odniesienia wysokości elipsoidalnych, którymi są: układ ETRF89 (e. 1989.0) oraz układ ETRF2000 (e. 2011.0). Jest to wynikiem wykonania dwóch wpasowań modelu EGM2008, w wyżej wymienione sieci satelitarno-niwelacyjne. Zarówno w układ ETRF89 jak i w układ ETRF2000. Obliczenia przeprowadzono dla trzech układów odniesienia: ETRF89, ETRF2000 oraz dodatkowo ITRF96. Do obliczeń różnic anomalii wysokości w układach ETRF89 i ETRF2000, wygenerowano w modelu GUGIK2011 anomalie wysokości w tychże układach odniesienia. Przeprowadzając obliczenia z wykorzystaniem wysokości elipsoidalnych w układzie ITRF96, wykorzystano modelowe anomalie wysokości wygenerowane dla układu ETRF89.

Analiza różnic anomalii wysokości dla układu ITRF96 nie niesie za sobą jakichkolwiek informacji dotyczących dokładności modelu GUGIK2011, jednakże może zostać wykorzystana do unaocznienia błędów popełnianych poprzez wykorzystanie błędnego układu odniesienia wysokości elipsoidalnych. Obliczeń różnic anomalii wysokości dokonano na dwóch dostępnych sieciach satelitarno-niwelacyjnych, które brały udział w ostatniej kampanii satelitarnej, tj. niezniszczonych punktach sieci EUVN oraz ekscentrach ASG-EUPOS. Analiza statystyczna różnic anomalii wysokości modelu GUGIK2011 nie wniosła żadnych informacji o dokładności tegoż modelu. Otrzymano średnie błędy pojedynczego spostrzeżenia na ekscentrach ASG-EUPOS równe 0.2 cm, zarówno dla analizy dla układu ETRF1989 jak i układu ETRF2000. Dla sieci EUVN, średnia kwadratowa różnic anomalii wysokości w układzie ETRF2000, dla 42 punktów, wyniosła 1.4 cm. Natomiast w układzie ETRF1989, błąd średni pojedynczego spostrzeżenia wyniósł 3.6 cm. Tak wysoka wartość zapewne wyniknęła z nie wykorzystanie wszystkich punktów EUVN do wpasowania model GUGIK2011 przez jego autora (Kadaj, 2013). Domniemywa się, że autor tego modelu przeprowadzał wewnętrzną kontrolę poprawności sieci EUVN i na tej podstawie, wyrzucił z analiz niektóre punkty. Kwestia ta nie będzie w tejże pracy omawiana. Obszary wokół nie wykorzystanych punktów EUVN sa bardzo widoczne na rysunku nr 13, ze względu na lokalne wzrosty wartości różnicy anomalii wysokości.

Parametry statystyczne podane w	GU	IGIK2011	- ASG	GUGIK2011 - EUVN			
centymetrach	ITRF96	ETRF89	ETRF2000	ITRF96	ETRF89	ETRF2000	
Średnia	-1.5	-0.1	-0.1	-3.4	-2.1	0.6	
Średnia kwadratowa	1.7	0.2	0.2	4.6	3.6	1.4	
Odchylenie stand.	0.9	0.2	0.2	3.0	2.9	1.3	
Kurtoza	-0.5	4.4	4.4	-1.0	-0.9	0.0	
Zakres	4.0	1.7	1.7	12.0	11.4	5.7	
Minimum	-3.3	-0.9	-0.9	-9.6	-7.4	-1.8	
Maksimum	0.6	0.9	0.8	2.4	4.0	3.9	
Liczba punktów	109	109	109	62	62	42	

Tabela 14 Analiza statystyczna różnic modelowych i geometrycznych anomalii wysokości $\Delta^{GUGIK2011}$ dla modelu GUGIK2011 [opracowanie własne].

Podsumowując, brak jest materiałów dostępnych autorowi niniejszej pracy dyplomowej, pozwalających na obiektywne oszacowanie dokładności modelu GUGIK2011 na obszarze całego kraju. W rozdziale 7.4 zostaną przeprowadzone dodatkowe badania na wybranych reperach dwóch linii niwelacyjnych: Zakopane – Nowy Targ oraz Warszawa – Sochaczew, których wyniki rzucą trochę światła na lokalną dokładność modelu GUGIK2011. Autorska ocena dokładności tego modelu (*Kadaj, 2013*) oparta na analizie błędów transformacji waha się w przedziale od 1 do 2 centymetrów, co może być nazbyt optymistycznym oszacowaniem. Jedynym obiektywnym zbiorem punktów satelitarno-niwelacyjnych na obszarze Polski, mogącym być podstawą do oszacowania dokładności modelu GUGIK2011, jest trawers kontrolny założony przez IGIK na potrzeby zrealizowanego grantu naukowego.



Rysunek 13 Rozkład przestrzenny różnic anomalii wysokości [cm], pomiędzy wartościami z modelu GUGIK2011 a wartościami empirycznymi, na punktach EUVN (niebieskie punkty) oraz ekscentrach ASG-EUPOS (zielone punkty). Interpolacja wykonana metodą Krigingu [opracowanie własne].

7.3 Europejski model EGG2008

Model Europejskiej Geoidy Grawimetrycznej EGG2008 jest oficjalnym modelem guasigeoidy powiązanym z układem EVRF2007. Model ten został opracowany przez zespół EGGP w 2008 roku. Jak podkreślono w rozdziale 4.3.2, model EGG2008 jest czysto grawimetrycznym modelem guasi-geoidy, który został dostosowany do układu EVRF2007 poprzez wertykalne przesuniecie zamodelowanej powierzchni o wartość +0.300 m. Wartość tego przesuniecia pozyskano porównując anomalie wysokości generowane przez stworzony model (przed przesunięciem), z empirycznymi anomaliami wysokości na 1139 europejskich punktach sieci EUVN DA. Autor modelu, w swojej publikacji (Denker, 2013) nie wykazał układu odniesienia, w którym zostały użyte w obliczeniach wysokości elipsoidalne punktów EUVN_DA. Ma to istotne znaczenie, ze wzgledu na kilkucentymetrowe różnice wartości wysokości elipsoidalnych, pomiędzy różnymi układami, które będą się przekładały na ostateczną dokładność modelu EGG08 na obszarze Polski. Przykładem błedu w określeniu układu wysokości elipsoidalnych sa wartości różnic anomalii wysokości modelu GUGIK2011 porównane do anomalii wysokości obliczonych na podstawie danych z układu ITRF96 (patrz Tabela 14). Z tego względu badania nad dokładnościa modelu EGG08 rozpoczeto od analizy różnic pomiedzy modelowymi a empirycznymi anomaliami wysokości w układach ETRF89, ETRF2000 oraz ITRF96 na punktach sieci EUVN_DA (tabela 15). Celem tego badania było zdeterminowanie układu odniesienia do którego odnoszą się anomalie wysokości modelu EGG08. W celu przeliczenia wartości wysokości elipsoidalnych z systemu bez-pływowego do systemu zerowego pływu wykorzystano równanie nr 46:

46)
$$h_T(\varphi) = +60.34 - 179.01 \sin^2 \varphi - 1.82 \sin^4 \varphi \ [mm].$$

ID	$H^{EVRF2007}$	h ^{ETRF89}	h ^{ITRF96}	h ^{ETRF2000}	ζ^{EGG08}	Δ^{ETRF89}	Δ^{ITRF96}	$\Delta^{\textit{ETRF2000}}$
EUVN_DA	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[cm]	[cm]	[cm]
PL101	155.597	184.5707	184.5649	184.5424	28.9235	-5.0	-4.5	-2.2
PL102	131.357	166.4370	166.4188	166.4021	35.0540	-2.6	-0.7	0.9
PL103	149.445	181.5086	181.4972	181.4751	32.0082	-5.5	-4.4	-2.2
PL104	170.068	198.4230	198.4171	198.3934	28.3315	-2.3	-1.7	0.6
PL105	223.016	257.8626	257.8477	-	34.8063	-4.0	-2.5	-
PL106	165.620	199.6166	199.6046	-	33.9423	-5.4	-4.2	-
PL107	170.009	204.2892	204.2746	204.2639	34.2188	-6.2	-4.7	-3.7
PL108	195.826	225.9375	225.9305	225.9087	30.0472	-6.4	-5.7	-3.5
PL109	250.734	288.0258	288.0067	287.9932	37.2184	-7.3	-5.4	-4.0
PL110	218.310	248.2256	248.2155	248.1955	29.8639	-5.2	-4.2	-2.2
PL111	224.629	262.4122	262.3955	262.3832	37.7081	-7.5	-5.8	-4.6
PL112	177.870	214.4234	214.4066	214.3926	36.4721	-8.1	-6.4	-5.0
PL113	232.121	266.2903	266.2735	266.2544	34.0975	-7.2	-5.5	-3.6
PL114	565.121	605.4139	605.3904	605.3670	40.2417	-5.1	-2.8	-0.4
PL115	512.868	550.9714	550.9496	550.9424	38.0623	-4.1	-2.0	-1.2
PL116	77.934	106.2436	106.2393	-	28.2907	-1.9	-1.4	-

Tabela 15 Obliczenia różnic anomalii wysokości modelu EGG2008 na punktach sieci EUVN_DA, dla trzech układów odniesienia wysokości elipsoidalnych, w systemie zerowego pływu [opracowanie własne].

			średi	nia kwadra	towa:	5.5 cm	4.0 cm	2.4 cm
PL152	683.544	725.8468	725.8207	-	42.2674	-3.5	-0.9	-
PL151	252.147	293.5812	293.5579	293.5457	41.3838	-5.0	-2.7	-1.5
PL150	194.521	235.0344	235.0148	234.9944	40.4658	-4.8	-2.8	-0.8
PL149	327.733	369.9335	369.9061	369.8861	42.1396	-6.1	-3.3	-1.3
PL148	123.269	163.1379	163.1153	163.1139	39.8142	-5.5	-3.2	-3.1
PL147	166.471	207.5618	207.5349	-	41.0390	-5.1	-2.5	-
PL146	204.692	246.5710	246.5443	246.5209	41.8218	-5.7	-3.0	-0.7
PL145	108.091	145.7603	145.7447	145.7153	37.6325	-3.7	-2.1	0.8
PL144	104.688	143.9546	143.9323	143.8882	39.2305	-3.6	-1.3	3.1
PL143	78.345	117.5126	117.4939	-	39.1509	-1.7	0.2	-
PL142	97.316	129.5499	129.5344	-	32.1727	-6.1	-4.5	-
PL141	103.504	137.4768	137.4650	137.4342	33.9303	-4.3	-3.1	0.0
PL140	74.861	111.1848	111.1646	111.1272	36.2887	-3.5	-1.5	2.3
PL139	104.413	138.1493	138.1340	138.0976	33.7194	-1.7	-0.2	3.5
PL138	100.519	131.8188	131.8047	131.7681	31.2453	-5.4	-4.0	-0.3
PL137	73.756	103.4325	103.4211	103.3873	29.6291	-4.7	-3.6	-0.2
PL136	64.584	100.8705	100.8461	-	36.2463	-4.0	-1.6	-
PL135	22.254	51.0479	51.0431	51.0052	28.7618	-3.2	-2.8	1.0
PL134	134.702	165.8284	165.8208	165.7743	31.1163	-1.0	-0.2	4.4
PL133	91.350	125.8145	125.7987	-	34.4508	-1.4	0.2	-
PL132	165.547	197.7408	197.7293	-	32.1830	-1.1	0.1	-
PL131	146.849	176.8683	176.8602	-	29.9887	-3.1	-2.3	-
PL130	34.006	68.0108	68.0030	67.9643	33.9752	-3.0	-2.2	1.7
PL129	33.071	64.8470	64.8374	-	31.7491	-2.7	-1.8	
PL128	165.146	197.4204	197.4077	197.3828	32.2290	-4.5	-3.3	-0.8
PL127	140.269	170.7198	170.7123	170.6930	30.4081	-4.3	-3.5	-1.6
PL126	80.008	111.7463	111.7332	111.7038	31.6762	-6.2	-4.9	-2.0
PL125	145.758	173.7205	173.7202	173.7069	27.9445	-1.8	-1.8	-0.5
PL124	116.463	147.7368	147.7290	-	31.2136	-6.0	-5.2	-
PL123	119.443	149.9354	149.9288	149.8886	30.4192	-7.4	-6.7	-2.7
PL122	139.676	168.5077	168.5044	168.4822	28.7804	-5.1	-4.8	-2.5
PL121	144.294	172.0004	172.0018	171.9824	27.6912	-1.5	-1.7	0.3
PI 120	120.052	148,7818	148,7807	148,7511	28.7064	-2.3	-2.2	0.8
PI 119	144 2.37	173 5898	173 5860	-	29.3378	-1.5	-1 1	
PI 118	144 652	171 8540	171 8568	171 8389	27.4007	-2.4	-2.7	-0.9
PI 117	75 155	102 6730	102 6721	_	27 4881	-3.0	-2.9	_

Przed przystąpieniem do powyższych obliczeń zakładano, że model EGG2008 został przesunięty w płaszczyźnie wertykalnej na podstawie analizy różnic anomalii wysokości, które były obliczane na bazie wysokości elipsoidalnych w układzie ITRF96 (e. 1997.4). Przede wszystkim świadczy o tym fakt, że jest to oficjalny układ odniesienia kampanii satelitarnej EUVN. Z czego można wnioskować, że jest to jedyny homogeniczny układ odniesienia dla współrzędnych wszystkich punktów EUVN oraz EUVN_DA. Jednakże, jak wykazano w tabeli 15 najniższe różnice anomalii wysokości pomiędzy wartościami empirycznymi a modelowymi otrzymano dla

wysokości elipsoidalnych wyrażonych w układzie ETRF2000 (e. 2011.0). Świadczy o tym wielkość błędu średniego pojedynczego spostrzeżenia wynosząca 2.4 cm dla układu ETRF2000, przy wielkości tegoż błędu 4.0 cm dla układu ITRF96. W tym miejscu należy podkreślić, że w momencie opublikowania modelu EGG08 w 2008 roku, nie były znane współrzędne punktów polskich sieci satelitarno-niwelacyjnych w układzie ETRF2000 (e. 2011.0), dlatego też to nie tymi wysokościami elipsoidalnymi posłużono się do wyznaczenia wartości wertykalnego przesunięcia modelu EGG08. Domniemywa się, że jednak były to współrzędne w układzie ITRF96. Jednakże uśrednienie wartości różnic anomalii wysokości z obszaru całej Europy (z wyłączeniem Włoch i Wielkiej Brytanii) dało w wyniku wartość +0.300 m, która spowodowała bardzo dobre wpasowanie w układ ETRF2000 na obszarze Polski.



Rysunek 13 Rozkład przestrzenny różnic anomalii wysokości na punktach sieci EUVN_DA, dla wartości empirycznych oraz danych z modelu EGG08. Interpolacja wykonana metodą Krigingu. Cięcie warstwicowe 1 cm. Układ ETRF2000 [opracowanie własne].

W celu potwierdzenia powyższych twierdzeń, dokonano obliczeń na ekscentrach sieci ASG-EUPOS. Należy pamiętać, że jak zaznaczano wcześniej, istnieją wahania wartości wysokości normalnych pomiędzy europejskim wyznaczeniem wysokości normalnych punktów EUVN, a polskim wyznaczeniem wysokości reperów podstawowej osnowy wysokościowej. Wahania te oscylują od -2 do 2 cm (patrz rozdział 6.2.1). Obliczenie wysokości normalnych ekscentrów ASG-EUPOS w układzie EVRF2007 dokonano na potrzeby tejże pracy (patrz rozdział 6.2.2.1), nie są to oficjalne wysokości przyjęte do państwowego zasobu geodezyjnego i kartograficznego.

Największą różnicę (dla układu ETRF2000) pomiędzy modelową anomalią wysokości EGG2008, a obliczoną empirycznie, otrzymano, <u>ponownie na stacji w Proszowicach koło Krakowa</u>. Wartość różnicy dla tego ekscentru wyniosła 5.4 cm. Badając model GUGIK2001 na ekscentrach sieci ASG-EUPOS, również otrzymano najwyższą różnicę anomalii wysokości (patrz rozdział 7.1) na

tymże punkcie. Na tej podstawie można postawić tezę o błędzie grubym w danych dotyczących tejże stacji. Wpływ tak dużej różnicy anomalii wysokości na stacji w Proszowicach widoczny jest na rysunku nr 14.

[Załącznik nr 7].										
		h	[#] [zerowy pły	N]	ζMOD	$\Delta \boldsymbol{\zeta}$				
ID stacji	HEVRF2007	ETRF89	ETRF2000	ITRF96	EGG2008	ETRF89	ETRF2000	ITRF96		

[m]

291.0736

53.2570

74.1351

176.1537

[m]

38.4218

35.1077

27.7734

27.8361

[cm]

13.7

1.3

6.3

7.4

[cm]

5.4

-3.0

0.8

0.5

[cm]

11.8

-0.6

6.1

7.5

[m]

252.5342

18.1555

46.3004

148.2424

PROS8

GOLE8

BART8

BIAL8

[m]

291.0934

53.2763

74.1365

176.153

[m]

291.01

53.2332

74.0818

176.0837

Tabela 16 Fragment obli	czeń różnic anomali	i wysokości mo	delu EGG2008	na ekscentrach	sieci ASG-EUPOS
[Załącznik nr 7].					

54-3		-	~		. 20			•	0		7
53-	×.	o								-	5 4 3 2
52-		100				• • • •	30.	en f	HE		1 0 -1
51-	15h	•				3		J.	20		-2
50-			Jue .	th.		1	in	•		-2	-4 -5 -6 -7
	15	16	17	1 18	19	20	21	22	23	24	

Rysunek 14 Rozkład przestrzenny różnic anomalii wysokości na ekscentrach ASG-EUPOS, dla wartości empirycznych oraz danych z modelu EGG08. Interpolacja wykonana metodą Krigingu. Cięcie warstwicowe 1 cm. Układ ETRF2000 [opracowanie własne].

Rysunek nr 14 przedstawia rozkład różnic anomalii wysokości modelu EGG2008 z wartościami empirycznymi wyznaczonymi na ekscentrach sieci ASG-EUPOS w układzie ETRF2000. Widocznie wyróżniająca się, jest stacja w Proszowicach (woj. małopolskie), na której, wartość analizowanej różnicy lokalnie wzrasta. Podobne spostrzeżenia można zrobić, analizują wartość różnicy anomalii wysokości na ekscentrze w Nysie (woj. opolskie). Różnica anomalii wysokości osiągając wartość 4.4 cm, również na tej stacji ma charakter lokalny. Zjawisko lokalnego wzrostu badanych anomalii w Nysie, można też zaobserwować podczas badań nad modelem GUGIK2001 (Rysunek nr 15). W tym wypadku na ekscentrze NYSA8 również osiągnięto lokalnie najwyższą

wartość różnicy. Świadczy to o możliwych błędach grubych w danych geodezyjnych dotyczących tego punktu. Abstrahując od możliwych błędów grubych na ekscentrach sieci ASG-EUPOS, należy wskazać widoczne zjawisko efektu brzegowego modelu EGG2008 na wschodzie Polski. Ów efekt jest wynikiem słabej jakości danych grawimetrycznych z obszaru Białorusi i Ukrainy, który wpływa na zmianę przebiegu powierzchni quasi-geoidy w Polsce.

Analizę statystyczną różnic pomiędzy anomaliami wysokości z modelu EGG08, a wartościami empirycznymi zestawiono w tabeli nr 17. Rozdzielono dane dotyczące punktów głównych EUVN i dane dotyczące zagęszczenia EUVN_DA. Analizując parametry statystyczne otrzymane dla różnic na sieci EUVN oraz na ekscentrach ASG-EUPOS, należy mieć na uwadze, że <u>oba zbiory punktów są niezależne względem modelu EGG08</u>. Jedyną różnicą pomiędzy nimi są wartości wysokości normalnych w układzie ETRF2007. Wysokości punktów EUVN, są oficjalnymi wysokościami, wyznaczonymi przez centra obliczeniowe projektu UELN, natomiast wysokości normalne ekscentrów ASG-EUPOS zostały obliczone na podstawie wysokości reperów wysokościowej osnowy podstawowej. Jak zostało wcześniej wykazane, istnieją różnice pomiędzy wysokościami osnowy wysokościowej, a wysokościami punktów EUVN. Wynikiem tego są nieznaczne różnice pomiędzy zbiorami różnic anomalii wysokości na punktach EUVN

Parametry		EGG08 - A	ASG	EG	G08 - EU\	/N_DA	EGG08 - EUVN		
statystyczne podane w centymetrach	ITRF96	ETRF89	ETRF2000	ITRF96	ETRF89	ETRF2000	ITRF96	ETRF89	ETRF2000
Średnia	6.1	7.5	0.8	2.9	4.2	0.9	2.5	4.2	-0.6
Średnia kwadratowa	6.8	8.1	2.0	3.4	4.6	2.4	3.2	4.9	2.9
Odchylenie stand.	2.9	2.9	1.8	1.8	1.9	2.2	2.1	2.7	3.1
Kurtoza	-0.5	-0.7	-0.6	-0.6	-0.9	-0.1	-0.4	-0.1	-1.5
Zakres	13.1	12.4	8.5	6.9	7.1	9.5	6.0	8.5	7.8
Minimum	-0.6	1.3	-3.1	-0.2	1.0	-4.4	-1.3	0.5	-4.6
Maksimum	12.5	13.8	5.4	6.7	8.1	5.0	4.7	9.1	3.2
Liczba punktów	109	109	109	52	52	37	9	9	5

Tabela 17 Analiza statystyczna różnic modelowych i empirycznych anomalii wysokości $\Delta \zeta$ dla modeluEGG2008 [opracowanie własne].

Dane w tabeli 17 wykazują bardzo wysoką dokładność modelu EGG2008 na obszarze Polski, zarówno na punktach EUVN, jak i na ekscentrach ASG-EUPOS. Jak zostało to omówione wcześniej, model EGG2008 bardzo dobrze współdziała z układem ETRF2000 (e. 2011.0). Świadczą o tym błędy średnie pojedynczego spostrzeżenia, które wynoszą na 109 ekscentrach ASG-EUPOS: 6.8 cm dla układu ITRF96 (e. 1997.4), 8.1 cm dla układu ETRF89 (e. 1989.0) oraz 2.0 cm dla układu ETRF2000. Na 37 punktach EUVN_DA otrzymano podobną wartość błędu średniego pojedynczego spostrzeżenia, która dla układu ETRF2000 wynosi 2.4 cm. Należy również zwrócić uwagę na średnią różnicę anomalii wysokości w układzie ETRF2000, której moduł wartości dla wszystkich trzech sieci jest mniejszy od 1.0 cm. Podsumowując, ze względu na niespójność wysokości normalnych w układzie EVRF2007 pomiędzy punktami EUVN, a podstawową osnową wysokościową, należy w ostatecznej ocenie modelu EGG2008 kierować się wartościami otrzymanymi na ekscentrach ASG-EUPOS.

Aktualnie na terytorium Polski obowiązują dwa układy odniesienia: ETRF2000 (e. 2011.0), który został zintegrowany z siecią ASG-EUPOS oraz ETRF89 (e. 1989.0). Dokładność modelu EGG08 oszacowana w oparciu o układ ETRF2000 jest bardzo wysoka i wynosi 2.0 cm. Natomiast analiza różnic anomalii wysokości pozyskanych w oparciu o układ ETRF89 charakteryzuje się znacznymi niespójnościami, które ilustruje wartość błędu średniego pojedynczego spostrzeżenia wynosząca odpowiednio 4.2 cm dla sieci EUVN oraz 8.1 cm dla sieci ekscentrów ASG-EUPOS. Są to wartości spodziewane ze względu na:

- różnicę wartości wysokości elipsoidalnych danego punktu w różnych układach odniesienia;
- gorszą realizację układu ETRF89 w porównaniu do układu ETRF2000.



Rysunek 15 Rozkład przestrzenny różnic anomalii wysokości dla wartości empirycznych oraz danych z modelu EGG08. Lewy rysunek, różnice na punktach sieci EUVN. Prawy rysunek, różnice na ekscentrach ASG-EUPOS Interpolacja wykonana metodą Krigingu. Cięcie warstwicowe 1 cm. Układ ETRF1989 [opracowanie własne].

Na rysunku 15 przedstawiono rozkład izolinii różnic pomiędzy wartościami anomalii wysokości z modelu EGG08, a wartościami empirycznymi obliczonymi na podstawie wysokości elipsoidalnych w układzie ETRF89. Widoczny jest trend rosnący z północnego zachodu na południowy wschód. Należy pamiętać, że współrzędne ekscentrów ASG-EUPOS w układzie ETRF89 pozyskano na podstawie transformacji przestrzennej (patrz rozdział 6.2.1) w oparciu o sieć POLREF. Transformacja ta obarcza ekscentry ASG-EUPOS błędami o nieznanych wartościach, o czym mogą świadczyć różnie średnich błędów pojedynczego spostrzeżenia: 4.9 cm na punktach EUVN oraz 8.1 cm na ekscentrach ASG-EUPOS. Z drugiej strony współrzedne ekscentrów ASG-EUPOS przetransformowano z układu ETRF89 do układu ITRF96 (patrz rozdział 6.2.1), co również winno negatywnie wpłynąć na ich dokładność. Jednakże porównane anomalii wysokości modelu GUGIK2001 z siecią EUVN oraz przetransformowanymi ekscentrami ASG-EUPOS w układzie ITRF96, wykazała podobne wartości średniej kwadratowej: 2.3 cm EUVN oraz 2.6 cm ekscentry ASG-EUPOS. Co może świadczyć o dużej dokładności samych transformacji, a co za tym idzie, dużej dokładności współrzędnych ekscentrów ASG-EUPOS w układach: ETRF89 i ITRF96. Z tego względu przyjęto współrzędne ekscentrów ASG-EUPOS w układzie ETRF2000 o dokładności nie odbiegającej od dokładności punktów sieci EUVN, w tymże układzie.

Oszacowana dokładność modelu EGG2008 wynosi:

- o <u>2.0 cm, dla układu ETRF2000 (e. 2011.0);</u>
- o <u>8.1 cm, dla układu ETRF1989 (e. 1989.0).</u>

7.4 Podsumowanie analizy dokładnościowej modeli

7.4.1 Wnioski dotyczące dokładności modeli quasi-geoid

W poprzednich rozdziałach przeprowadzono indywidualne testy dokładności badanych modeli na punktach satelitarno-niwelacyjnych: sieci EUVN oraz ekscentrach ASG-EUPOS. Poniżej zamieszczono zbiorcze zestawienie osiągniętych dokładności na obszarze Polski.

Tabela 18 Zbiorcza analiza statystyczna różnic anomalii wysokości Δ dla badanych modeli quasi-geoidy [opracowanie własne].

Wielkości statystyczne		GUGIK2001(ITRF96)		GUGIK2011 (ETRF2000)		EGG2008 (E	TRF2000)	EGG2008 (ETRF89)	
		eks_ASG	EUVN	eks_ASG	EUVN	eks_ASG	EUVN	eks_ASG	EUVN
Średnia	[cm]	1.8	-1.0	-0.1	-0.1	0.8	0.9	7.5	4.2
Średnia kwadr. [cm]		2.6	2.3	0.2	0.2	2.0	2.4	8.1	4.6
Odchylenie stand. [cm]		1.9	2.1	0.2	0.2	1.8	2.2	2.9	1.9

W tabeli nr 18 zestawiono wybrane parametry statystyczne zbioru różnic anomalii wysokości Δ , pomiędzy wartościami modelowymi, a otrzymanymi z pomiarów geodezyjnych. Zamieszczone wielkości statyczne dotyczą zarówno punktów EUVN jak i ekscentrów ASG-EUPOS.

GUGIK2001

W celu obiektywnego ocenienia dokładność modelu GUGIK2001 należy wziąć pod uwagę wyłącznie różnice anomalii wysokości Δ otrzymane na ekscentrach ASG-EUPOS. Wynika to z całkowitej niezależności sieci ekscentrów ASG-EUPOS względem tego model. Ostatecznie oszacowano dokładność modelu GUGIK2001 na 2.6 cm dla układu ITRF96 e. 1997.4. Szacowania tego dokonano wykorzystując wysokości elipsoidalne, przetransformowane dwoma transformacjami, pierwszą z układu ETRF2000 do ETRF1989, a kolejną do układu ITRF96.

Wpływ transformacji na dokładności wykorzystanych wysokości elipsoidalnych nie był badany. Analizując średnie arytmetyczne różnic anomalii wysokości w układzie ITRF96, pomiędzy siecią EUVN oraz siecią ekscentrów ASG-EUPOS, można wywnioskować, że transformacje negatywnie wpłynęły na dokładność otrzymywanych wysokości elipsoidalnych. Dane te zawiera tabela nr 18. Średnia wartość różnicy anomalii wysokości Δ wynosi dla sieci EUVN -1.0 cm, natomiast dla ekscentrów ASG-EUPOS średnia ta wynosi 1.8 cm. Oznacza to, że wartości wysokości elipsoidalnych po transformacji, są średnio za duże o około 2.8 cm, co również można przyjąć za błąd transformacji wysokości elipsoidalnych.

EGG2008

W przypadku modelu EGG2008 zarówno sieć ekscentrów ASG-EUPOS jak i sieć EUVN, są sieciami niezależnymi. Analizując model EGG2008 w układzie ETRF2000, wykorzystano wysokości elipsoidalne z kampanii pomiarowo-obliczeniowej (lata 2008 – 2011), którą były objęte obie sieci. W wyniku tego, charakterystyki statystyczne różnic anomalii wysokości na punktach sieci EUVN oraz ekscentrach ASG-EUPOS są do siebie zbliżone. Jednakże, należy pamiętać o niezgodnościach w wysokościach normalnych w układzie EVRF2007 pomiędzy tymi sieciami. Ekscentry ASG-EUPOS zachowują zgodność z podstawową osnową wysokościową, natomiast sieć EUVN, zachowuje zgodność z wyrównaniem UELN. Ostatecznie dokładność modelu EGG2008 oszacowano na 2.0 cm dla układu ETRF2000 e. 2011.0. W tym miejscu należy podkreślić, że jest to dokładność, która nie jest wynikiem wpasowania modelu EGG08 w jakiekolwiek punkty sieci satelitarno-niwelacyjnej (jak miało to miejsce w przypadku modelu

GUGIK2001 oraz GUGIK2011). W dalszej części pracy zostaną zaproponowane pewne korekty, mające na celu jeszcze większe zwiększenie dokładności tego modelu, bez zbytniej ingerencji w modelowany przebieg powierzchni quasi-geoidy.

Ze względu na oficjalne wykorzystywanie dwóch układów odniesienia na obszarze Polski, postanowiono wprowadzić korekty do modelu EGG2008, tak aby, z jak najlepszą dokładnością mógł być wykorzystywany w układzie ETRF1989 e. 1989.0. Model EGG08 w surowej formie, osiągnął słabą dokładność w tymże układzie, którą oszacowano na 7.5 cm. Dalsze omówienie wprowadzonej korekty zostanie przedstawione w późniejszych rozdziałach.

GUGIK2011

Model Geoidy Niwelacyjnej GUGIK2011 jest wynikiem matematycznego wpasowania powierzchni wygenerowanej przez model EGM2008, we wszystkie wysoko dokładne punkty satelitarno-niwelacyjne na obszarze Polski. W wyniku tego, brak jest możliwości oszacowania jego dokładności metodami, których użyto do oszacowania dokładności modelu GUGIK2001 oraz EGG2008. Z tego względu w rozdziałach 7.4.2 oraz 7.4.3 zostaną przeprowadzone testy dokładnościowe wszystkich modeli quasi-geoid na wybranych reperach dwóch linii niwelacyjnych. Dodatkowo w rozdziałe 8.2 przedstawiono badanie nad różnicą przebiegów: grawimetrycznego modelu EGG2008 o wysokiej dokładności oraz modelu GUGIK2011, na punktach podstawowej osnowy satelitarno-niwelacyjnej.

7.4.2 Badania na wybranych reperach linii niwelacyjnej Zakopane – Nowy Targ

W celu oszacowania lokalnej dokładności anomalii wysokości generowanych przez model GUGIK2011, w stosunku do wartości z modeli GUGIK2001 oraz EGG08, przeprowadzono analizę na wybranych reperach linii niwelacyjnej Zakopane – Nowy Targ. Badanie przeprowadzono wykorzystując wysokości elipsoidalne wyrażone:

- dla modelu GUGIK2001 w układzie ITRF1996 (e. 1997.4), w systemie bez-pływowym;
- dla modelu GUGIK2011 w układzie ETRF2000 (e. 2011.0), w systemie bez-pływowym;
- dla modelu EGG08 w układzie ETRF2000 (e. 2011.0), w systemie średniego pływu.



Rysunek 16 Położenie wybranych reperów na linii niwelacyjnej Nowy Targ – Zakopane [opracowanie własne].

Tabela 19 Obliczenie różnic anomalii wysokości ∆ dla poszczególnych modeli, na wybranych repera	ch linii
niwelacyjnej Nowy Targ - Zakopane [opracowanie własne].	

ID reperu	h ETRF2000		h ETRF2000 h ITRF96 Kr86 EVRF		EVRF2007	GUGIK2001		GUGIK2011		EGG08	
	bez pływowy	zerowy	bez pływowy	średni	zerowy	ζ ^{mod}	Δ	ζ^{mod}	Δ	ζ^{mod}	Δ
183-*	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[cm]	[m]	[cm]	[m]	[cm]
10062	635.772	635.728	635.836	594.708	594.876	41.040	8.8	41.018	4.6	40.780	7.2
30068	644.115	644.071	644.179	603.027	603.194	41.070	8.1	41.045	4.3	40.807	7.1
30069	649.763	649.719	649.827	608.654	608.821	41.101	7.2	41.073	3.6	40.834	6.4
30080	665.175	665.131	665.239	624.001	624.169	41.174	6.4	41.145	2.9	40.900	6.3
30070	678.191	678.147	678.255	636.919	637.087	41.242	9.4	41.208	6.4	40.958	10.2
30043	687.035	686.991	687.099	645.717	645.885	41.276	10.6	41.239	7.9	40.990	11.7
30045	699.705	699.661	699.769	658.306	658.476	41.366	9.7	41.325	7.4	41.078	10.8
30047	723.250	723.207	723.314	681.746	681.918	41.498	7.0	41.462	4.2	41.204	8.5
30081	727.936	727.893	728.000	686.389	686.558	41.549	6.2	41.516	3.1	41.253	8.1
30048	735.050	735.007	735.114	693.405	693.573	41.587	12.2	41.554	9.1	41.289	14.5

30050	750.939	750.896	751.003	709.209	709.378	41.716	7.8	41.680	5.0	41.410	10.8
30053	781.707	781.664	781.771	739.814	739.981	41.890	6.7	41.827	6.6	41.575	10.8
30085	812.366	812.323	812.429	770.262	770.426	42.103	6.4	42.050	5.4	41.777	12.0
30058	849.129	849.086	849.192	806.923	807.083	42.218	5.1	42.137	6.9	41.890	11.3

Współrzędne wybranych reperów linii niwelacyjnej Zakopane – Nowy Targ otrzymano w układzie ETRF2000. W tym układzie badano model GUGIK2011 oraz EGG2008. Natomiast przeprowadzenie obliczeń nad modelem GUGIK2001 wymagało transformacji współrzędnych do układu ITRF96. W obliczeniach wykorzystano ten sam schemat transformacji oraz parametry transformacji, co w przypadku transformacji ekscentrów ASG-EUPOS (patrz rozdział 6.2.2.2). Wysokości normalne w układzie EVRF2007 wyznaczono wykorzystując różnice wysokości Kronsztadt86 – EVRF2007 z CODGIK, oraz dane wysokości w układzie Kronsztadt86.



Rysunek 17 Przedstawienie różnic Δ anomalii wysokości pomiędzy wartościami modelowymi, a otrzymanymi z pomiarów geodezyjnych, wraz z przekrojem topografii terenu [opracowanie własne].

Obszar którego dotyczy powyższe badanie jest obszarem trudnym z perspektywy modelowania quasi-geoidy (geoidy). Trudności te wynikają z topografii terenu, dlatego też otrzymana charakterystyka dokładnościowa wykazuje znacznie niższe dokładności, niż otrzymano w rozrachunku ogólnopolskim. Należy również mieć na uwadze, błędność wartości wysokości elipsoidalnych, nie są to bowiem tak precyzyjne pomiary, jak w przypadku ekscentrów ASG-EUPOS a nawet sieci EUVN. Niemniej jednak, błędy wysokości elipsoidalnych w równym stopniu wpływają na wartości różnic anomalii wysokości, liczonych dla różnych modeli. Dlatego też, powyższa analiza, pomimo że nie niesie informacji o bezwzględnych dokładnościach badanych modeli, może posłużyć do określenie dokładności względnych.

Tabela 20 Statystyka opisowa różnic anomalii wysokości otrzymanych na wybranych reperach linii niwelacyjnej Nowy Targ – Zakopane.

	GUGIK2001	GUGIK2011	EGG08			
Wielkości statystyczne	Nowy Targ - Zakopane					
Średnia	[cm]	7.9	5.5	9.7		
Średni bł. poj. spostrzeżenia	[cm]	8.2	5.8	10.0		
Odchylenie standardowe	[cm]	1.9	1.9	2.5		

Jak przedstawiono na rysunku 17, na reperach w okolicy Nowego Targu, wartości różnic anomalii wysokości są najwyższe dla modelu GUGIK2001. Następnie, poczynając od reperu nr 18330070 do Zakopanego, najmniej dokładne anomalie wysokości generuje model EGG2008. Model GUGIK2001 poczynając od reperu nr 18330053 w Poroninie, do reperu nr 18330058 w Zakopanem jest modelem najdokładniejszym. Analizę statystyczna różnic anomalii wysokości zestawiono w tabeli 20. Błąd średni pojedynczego spostrzeżenia, który w poprzednich rozdziałach służył jako miara dokładności danego modelu, jest najniższy dla modelu GUGIK2011 i wynosi 5.5 cm. Dla modelu GUGIK2001, wartość tego błedu wyniosła 7.9 cm, a dla modelu EGG2008 aż 9.7 cm. Jednakże jak wcześniej zostało napisane, nie są to wartości bezwzględne, mogące świadczyć o dokładności modeli. Pomimo tego, należy podkreślić, że model GUGIK2011 był wpasowywany w ekscentr ASG-EUPOS w Nowym Targu, o czym mogą świadczyć bardzo niskie wartości różnic anomalii wysokości na reperach nr 18310062 - 18330080. Z drugiej strony, w Tatrach, modele GUGIK2001 i GUGIK2011 były wpasowywane w poligon geodynamiczny TATRY, co również mogło wpłynać na modelowe wartości anomalii wysokości na badanych reperach linii niwelacyjnej w okolicy Zakopanego. Model EGG2008, który w świetle powyższej analizy został przedstawiony jako najmniej dokładny, nie był w żaden sposób dociskany w punkty satelitarno-niwelacyjne, które lokalnie zmieniaja przebieg powierzchni quasi-geoidy, dlatego z tego powodu może charakteryzować się najniższą dokładnością w tejże analizie.

Powyższa analiza rzuciła światło na dokładność modelowych anomalii wysokości GUGIK2011, która okazała się wyższa, na badanych reperach linii niwelacyjnej, od dokładności modeli GUGIK2001 oraz EGG2008. Podobną analizę przeprowadzono na wybranych reperach linii niwelacyjnej Warszawa – Sochaczew.

7.4.3 Badania na wybranych reperach linii niwelacyjnej Warszawa - Sochaczew

Kolejną analizę porównawczą, dokładności anomalii wysokości, przeprowadzono na 24 wybranych reperach linii niwelacyjnej Warszawa – Sochaczew. Wysokości elipsoidalne reperów pozyskano z pracy inżynierskiej *(Adach i Ambroziak, 2013)* napisanej w Katedrze Geodezji i Astronomii Geodezyjnej Politechniki Warszawskiej. Ze względu na brak możliwości bezpośredniego pomiaru reperów, autorzy, dokonywali pomiarów RTK na reperach tymczasowych, następnie przenosili wysokości elipsoidalne na repery państwowe. Ze względu na zmianę układu odniesienia sieci ASG-EUPOS w czasie trwania prac pomiarowych, część reperów (17 reperów) posiada współrzędne wyrażone w układzie ETRF1989 e. 1989.0, a reszta (7 reperów) w układzie ETRF2005 e. 2008.13.



Rysunek 18 Położenie wybranych reperów na linii niwelacyjnej Nowy Targ – Zakopane [opracowanie własne].

Z wyżej wymienionej pracy dyplomowej, otrzymano współrzędne płaskie w układzie PL-2000. Współrzędne te przeliczono na elipsoidę GRS80, otrzymując współrzędne geodezyjne w odpowiednich układach ETRF. Po porównaniu otrzymanych współrzędnych φ , λ nie stwierdzono znacznych różnic ze współrzędnymi tychże reperów otrzymanych z CODGKI. Do wygenerowania modelowych anomalii wysokości wykorzystano współrzędne φ , λ otrzymane z CODGIK. Dokonanie analizy na modelu GUGIK2001 wymagało przetransformowania współrzędnych geodezyjnych do układu ITRF96. W celu skrócenia analiz zdecydowano na wyrzuceniu z badań 7 reperów o współrzędnych w układzie ETRF2005. Resztę reperów przetransformowano z układu ETRF89 do układu ITRF96 poprzez wykorzystanie 7 parametrowej transformacji przestrzennej na punktach EUVN (patrz rozdział 6.2.2.2). Z drugiej strony, przeprowadzenie obliczeń na modelach GUGIK2011 oraz EGG2008 wymagało wysokości elipsoidalnych w układzie ETRF2000 e. 2011.0. Transformację tę przeprowadzono wykorzystując program *trans_etrf_2*.

Tabela 21 Obliczenie różnic anomalii wysokości Δ dla poszczególnych modeli, na wybranych reperach linii niwelacyjnej Warszawa - Sochaczew [opracowanie własne].

	h ETRF2000		h ITRF96	Kr86	EVRF2007	GUGIK	2001	GUGIK 2	2011	EGG	08
ID reperu	bez pływowy p. zerowy		bez pływowy p. średni		p. zerowy	ζ ^{mod}	Δ	ζ^{mod}	Δ	ζ ^{mod}	Δ
	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[cm]	[m]	[cm]	[m]	[cm]
26370053	145.660	145.608	145.7173	114.3077	114.4830	31.362	4.8	31.318	3.4	31.075	5.0
27310011	147.080	147.028	147.137	115.6905	115.8672	31.391	5.6	31.351	3.9	31.106	5.5
27310014	142.580	142.528	142.637	111.0934	111.2672	31.473	7.1	31.441	4.6	31.191	7.0
27310015	140.550	140.498	140.607	109.0492	109.2223	31.487	7.1	31.456	4.5	31.206	7.0
27350022	139.440	139.388	139.497	107.9231	108.0943	31.512	6.2	31.481	3.6	31.232	6.2
27310018	135.840	135.788	135.897	104.2694	104.4389	31.564	6.4	31.532	3.9	31.283	6.6
27350032	129.710	129.658	129.767	98.0799	98.2457	31.624	6.4	31.592	3.8	31.347	6.6
27310097	129.940	129.888	129.998	98.2697	98.4353	31.638	9.0	31.606	6.5	31.361	9.1
27310098	128.630	128.578	128.688	96.9659	97.1313	31.647	7.5	31.615	4.9	31.371	7.6
27310026	126.321	126.268	126.378	94.6325	94.7975	31.666	7.9	31.633	5.5	31.389	8.1
27310028	123.591	123.538	123.648	91.8969	92.0652	31.702	4.9	31.662	3.2	31.422	5.2
27350033	124.421	124.368	124.478	92.7024	92.8688	31.715	6.0	31.674	4.4	31.435	6.5
27310029	124.601	124.548	124.658	92.8594	93.0248	31.720	7.8	31.679	6.2	31.441	8.3
27350034	123.621	123.568	123.678	91.8513	92.0184	31.733	9.3	31.691	7.9	31.454	9.6
27220073	123.841	123.788	123.898	92.0701	92.2360	31.781	4.7	31.734	3.7	31.499	5.3
27220074	122.131	122.079	122.188	90.3385	90.5036	31.794	5.5	31.745	4.8	31.511	6.4
27220075	121.691	121.639	121.748	89.918	90.0817	31.811	1.9	31.761	1.2	31.528	2.9

Na rysunku 19 przedstawiono graficznie różnice anomalii wysokości, obliczone na kolejnych, wybranych reperach linii niwelacyjnej Warszawa (reper nr 26370053) Błonie (reper nr 27220011). Obliczenia zamieszczono w tabeli nr 21 oraz *[Załączniku nr 8].* Na wszystkich badanych reperach najniższe różnice anomalii wysokości, otrzymano dla modelu GUGIK2011. Wartości różnic anomalii wysokości dla modeli EGG2008 oraz GUGIK2001 są ze sobą zbliżone oraz są średnio o 1-2 cm wyższe od różnic otrzymanych dla modelu GUGIK2011. Dla wszystkich trzech modeli otrzymano najwyższą różnicę anomalii wysokości na reperze nr 27350034, odpowiednio 9.3 cm dla modelu GUGIK2001, 7.9 cm dla modelu GUGIK2011 oraz 9.6 cm dla modelu EGG2008. Natomiast najniższe wartości, otrzymano na reperze 27220075, odpowiednio 1.9 cm dla modelu GUGIK2001, 1.2 cm dla modelu GUGIK2011 oraz 2.9 cm dla modelu EGG2008.

Dołączony do rysunku, symboliczny przekrój elewacji terenu, pozwala twierdzić, że wielkości różnic anomalii wysokości nie jest zależny od wysokości danego reperu. Przypadkowy rozkład różnic anomalii wysokości wyniknął z wybranej metody pomiaru, to jest, metody RTK,



charakteryzującej się dużymi błędami przypadkowymi. Krótką analizę statystyczną otrzymanych różnic anomalii wysokości zestawiono w poniższej tabeli.

Rysunek 19 Przedstawienie różnic Δ anomalii wysokości pomiędzy wartościami modelowymi, a otrzymanymi z pomiarów geodezyjnych, wraz z przekrojem topografii terenu [opracowanie własne].

Tabela	22	Statystyka	opisowa	różnic	anomalii	wysokości	otrzymanych	na	wybranych	reperach	linii
niwelacy	<i>ijnej</i>	Warszawa	- Sochacz	ew.							

	GUGIK2001	GUGIK2011	EGG08				
wieikości statystyczne	Warszawa - Błonie						
Średnia	[cm]	6.3	4.5	6.6			
Średni bł. poj. spostrzeżenia	[cm]	6.6	4.7	6.8			
Odchylenie standardowe	1.8	1.5	1.7				

Wyniki powyższych analiz, zarówno dla linii niwelacyjnej Warszawa – Błonie, jak i linii Nowy Targ – Zakopane wykazały, że <u>poprawność anomalii wysokości modelu GUGIK2011 jest nie</u> <u>gorsza od tychże wielkości modelowanych przez modele GUGIK2001 oraz EGG2008</u>. W obu przypadkach model GUGIK2011 otrzymał najniższe wartości średnich kwadratowych, odpowiednio 5.8 cm dla linii Nowy Targ – Zakopane oraz 4.7 cm dla linii Warszawa – Błonie. Tak wysoki błąd średni otrzymany dla terenu Niziny Mazowieckiej w porównaniu z górzystym terenem podhalańskim, jest wynikiem niskich dokładności wykorzystanych wysokości elipsoidalnych. Najwyższe błędy średnie w obu przypadkach otrzymano dla modelu EGG2008, odpowiednio 6.8 cm (Warszawa) oraz 11.8 cm (Zakopane). Należy jednak zwrócić uwagę na dużą liczba punktów wpasowania modelu GUGIK2011 na badanym obszarze, tj. ekscentry i centry ASG-EUPOS w Sochaczewie i Warszawie, a także ekscentry i centry w Nowym Targu wraz z poligonem geodynamicznym w Tatrach.

Podsumowując, ze względu na dane satelitarne słabej jakości, tj. niską dokładność wysokości elipsoidalnych, otrzymane charakterystyki mogą być analizowane jedynie względnie. To znaczy,
nie można na podstawie błędów średnich pojedynczego spostrzeżenia, otrzymanych na badanych reperach, szacować bezwzględnych dokładności badanych modeli. Dokładność anomalii wysokości modelu GUGIK2011, jest nie gorsza od dwóch pozostałych modeli: EGG2008 oraz GUGIK2001. Ze względu jednak na bardzo niewielki zbiór analizowanych reperów, nie można na podstawie tychże analiz wnioskować o ogólnopolskiej dokładności modelu GUGIK2011. W dalszej części pracy dokonano porównania modelu GUGIK2011 oraz EGG2008 w oparciu o punkty podstawowej osnowy wysokościowej kraju.

8 Porównanie modeli quasi-geoidy w oparciu o osnowę wysokościową

W niniejszym dziale dokonano analizy podwójnych różnic, które były wynikiem odjęcia różnicy anomalii wysokości modeli GUGIK2011 i EGG2008 od różnicy wysokości normalnych wyrażonych w układzie Kronsztadt86 oraz EVRF2007. Analizę tę przeprowadzono na punktach podstawowej bazowej osnowy wysokościowej kraju. Wzór ogólny:

56) $\Delta \nabla = (\zeta^{EGG08} - \zeta^{GUGIK2011}) - (H^{EVRF07} - H^{Kr86}).$

Przy czym należy zauważyć, że poszczególne składniki wzoru podane są w różnych systemach pływowych:

ζ^{EGG08}	-	anomalia wysokości modelu EGG08 (system zerowego pływu);
ζ^{GUGIK}	-	anomalia wysokości modeli GUGIK2011 (system bez-pływowy);
H^{EVRF07}	-	wysokość normalna w układzie EVRF2007 (system zerowego pływu);
H^{Kr86}	-	wysokość normalna w układzie Kronsztadt86 (system średniego pływu).

W celu ujednolicenia wyrazów zawartych w powyższym wzorze, wprowadzono do wartości ζ^{GUGIK} poprawkę przejścia do systemu zerowego pływu. Poprawkę tę realizuje wyraz $H_T(\varphi)$ przedstawiony we wzorze nr 46. Różnicę wysokości normalnych pomiędzy dwoma układami potraktowano jako wyraz wolny, pozostawiając ją jako różnicę w różnych systemach pływowych.

8.1 Wpływ dokładności współrzędnych reperów sieci niwelacji precyzyjnej

Rozpoczynając analizę, przebadano wpływ dokładności współrzędnych reperów na wartości anomalii wysokości generowanych przez wykorzystywane modele. Jak zostało przedstawione w dziale poświęconym omówieniu posiadanego materiału badawczego, współrzędne geodezyjne reperów osnowy podstawowej otrzymane z CODGIK cechują się dokładnością około 30 metrową. W celu ustalenia wpływu niepewności pozycji reperu na modelowe anomalie wysokości, dokonano analizy wariancji tych anomalii w otoczeniu wybranych punktów.



Rysunek 20 Lokalizacja punktów w otoczeniu których dokonano analizy wariacji anomalii wysokości [opracowanie własne].

W wybrane punkty wpasowano centrycznie kwadraty o bokach 40 m oraz 100 m. Następnie wygenerowano anomalie wysokości w punktach centralnych oraz w rogach utworzonych kwadratów. Analizowano dwie grupy różnic anomalii wysokości. Pierwszą z nich stanowiły różnice pomiędzy punktem centralnym a punktami znajdującymi się w rogach małego kwadratu

tj. w odległości około 28 metrów. Analogicznie drugą grupę stanowiły różnicy oparte na rogach dużego kwadratu, tj. w odległości około 78 metrów od centrum. Obliczenia różnic anomalii wysokości w obu grupach, dla poszczególnych modeli przedstawiono w *[Załączniku nr 9]*. Poniższa tabela przedstawia średnie różnice otrzymane na badanych punktach:

	Geoida	Geoida2001 Geoi		la2011	EGG2	2008	
	[cn	n]	[c	<i>m</i>]	[cm]		
obszar	zakres 28 m	zakres 71 m	zakres 28 m	zakres 71 m	zakres 28 m	zakres 71 m	Uwagi
1	0.2	0.5	0.2	0.5	0.2	0.4	Tatry
2	0.1	0.2	0.1	0.2	0.1	0.3	teren górzysty
3	0.1	0.2	0.1	0.2	0.1	0.2	teren nizinny
4	0.2	0.5	0.2	0.4	0.2	0.5	teren górzysty
5	0.1	0.1	0.0	0.1	0.0	0.1	teren nizinny
6	0.1	0.1	0.0	0.1	0.0	0.1	teren nizinny

Tabela 23 Odchylenie standardowe wartości anomalii wysokości względem punktu centralnego, w zakresie 28 m oraz 71 m [opracowanie własne].

Jak przedstawia to powyższa tabela, wszystkie badane modele charakteryzują się bardzo małą krzywizną powierzchni na obszarze 71 metrów wokół punktu. Punkty obejmujące obszary nizinne, wykazały zmienność modelu na poziomie 0-1 mm dla zakresu 28 metrów. Większą zmienność wykazały punkty znajdujące się na terenach górzystych, gdzie osiągnięto wartość oscylującą od 1 do 2 mm. Największe odchylenie standardowe o wartości 5 mm otrzymano dla punktu nr 1 w zakresie 71 metrów. Punkt ten reprezentuje topografię obszaru tatrzańskiego. Pomimo tego należy podkreślić, że szacowany błąd współrzędnych geodezyjnych reperów wynosi 30 m, a zatem wprowadza do obliczeń błąd anomalii wysokości o wartości 1-2 mm. Jest to wielkość zaniedbywalna w dalszych badaniach.

Powyższa analiza wykazała, że błąd położenia punktów podstawowej osnowy wysokościowej nie wpływa na zmianę wartości anomalii wysokości generowanej przez poszczególne modele quasi-geoid. Można również dowieść, że wykorzystywanie współrzędnych geodezyjnych φ , λ danego punktu wyrażonych w układach ETRF1989, ETRF2000 lub ITRF1996 nie wpływa na wartość modelowej anomalii wysokości. Różnice współrzędnych danego punktu, wyrażone w powyższych układach odniesienia sięgają wartości decymetrowych. Natomiast anomalie wysokości generowane przez badane modele utrzymują stałe wartości na obszarze do 70 metrów.

8.2 Analiza spójności podstawowej osnowy wysokościowej z modelami quasi-geoid

Jak zostało przedstawione na wstępie niniejszego działu, analizie podlegały podwójne różnice $\Delta \nabla$ określone równaniem nr 56. Wartości $\Delta \nabla$ obliczono na 41 480 reperach podstawowej osnowy wysokościowej kraju. Ponieważ wyraz $\zeta^{EGG08} - \zeta^{GUGIK}$ wprost odnosi się do modelowanych wartości anomalii wysokości, należało te anomalie ujednolicić, poprzez sprowadzenie do jednego systemu pływowego. Wybrano system zerowego pływu. Jak zostało wykazane w rozdziałach 7.2 oraz 7.3, anomalie wysokości modelu EGG2008 oraz modelu GUGIK2011 odnoszą się do wysokości elipsoidalnych w układzie ETRF2000 na epokę 2011.0, dlatego też nie podlegały dalszemu opracowaniu.

Tabela 24 Fragment obliczeń wartości podwójnych różnic na reperach podstawowej osnowy wysokościowej kraju – fragment załącznika nr 10 [opracowanie własne].

Nr reperu	PL-ETRF89-GRS80H φ λ					1	ΔH EVRF07-	EGG2008 p. zerowy	Geoida2011 p. średni	Geoida2011 p. zerowy	Podwójne różnice ∆∇
	[°]	[°][']['][']['']['		[°]	[']	["]	 [m]	[m]	[m]	[m]	[m]
46140327	50	51	3.996	15	44	43.584	0.1470	42.5300	42.6435	42.5955	-0.0817
46140328	50	51	4.608	15	43	58.584	0.1469	42.5400	42.6507	42.6027	-0.0831
46140329	50	50	36.852	15	43	25.428	0.1468	42.5900	42.7029	42.6549	-0.0827

Tabela 25 Histogram wartości podwójnych różnic $\Delta \nabla$ na punktach podstawowej osnowy wysokościowej [opracowanie własne].



Dane histogramu							
Przedziały wartości ∆⊽	Liczba reperów						
mniej niż -0,08	3						
od -0,08 do -0,07	6						
od -0,07 do -0,06	36						
od -0,06 do -0,05	249						
od -0,05 do -0,04	1304						
od -0,04 do -0,03	1665						
od -0,03 do -0,02	2781						
od -0,02 do -0,01	4840						
od -0,01 do 0,00	4982						
od 0,00 do 0,01	6596						
od 0,01 do 0,02	7645						
od 0,02 do 0,03	6075						
od 0,03 do 0,04	3789						
od 0,04 do 0,05	1101						
od 0,05 do 0,06	203						
od 0,06 do 0,07	89						
od 0,07 do 0,08	52						
Więcej niż 0,08	64						

Obliczenie wartości podwójnych różnic $\Delta \nabla$ zamieszczono w [Załączniku nr 10]. W idealnych warunkach, wartości podwójnych różnic winny równać się zeru. Odpowiadałoby to sytuacji dysponowania bezbłędnymi modelami quasi-geoidy oraz bezbłędnymi sieciami wysokościowymi. W takich warunkach różnice w wartościach anomalii wysokości oraz

wysokości normalnych wynikałaby jedynie z różnych wartości potencjału siły ciężkości W_0^{naw} punktów nawiązania. Jak wykazano na powyższym histogramie (tabela 25), na 11578 reperach, wartość $\Delta \nabla$ zawiera się w przedziale od -0.01 cm do 0.01 cm. Stanowi to około 28% wszystkich reperów. Najwyższe wartości podwójnych różnic, sięgające ponad 0.14 cm, otrzymano dla podhalańskich linii niwelacyjnych, przy czym, najwyższą wartość otrzymano na reperze nr 19310035, odpowiednio 0.2035 m. Natomiast, najniższe wartości osiągnięto dla reperów położonych w okolicy Jelenie Góry, przy czym, najmiższą wartość wynoszącą -0.0831 m, otrzymano na reperze nr 46140328. Wysokie rozbieżności pomiędzy modelami na obszarze Tatr i Podhala były oczekiwane, ponieważ są to trudne tereny do modelowania przebiegu quasigeoidy (geoidy).



Rysunek 21 Rozmieszczenie przestrzenne wartości podwójnych różnic $\Delta \nabla$, obliczonych dla modeli GUGIK2011 oraz EGG2008 [opracowanie własne].

Domniemywa się, że <u>nagły skok wartości podwójnych różnic w okolicy Jeleniej Góry wynika</u> <u>z błędów modelu GUGIK2011</u>, co zostanie przedstawione w następnych akapitach. Na rysunku nr 21 przedstawiono przestrzenny rozkład wartości podwójnych różnic $\Delta \nabla$ na obszarze Polski. Skala kolorów odnosząca się do wartości podwójnych różnic $\Delta \nabla$ ma kolory zimne (niebieski) dla wartości ujemnych, oraz kolory ciepłe (czerwień) dla wartości dodatnich. Podstawowy trend zmian wartości $\Delta \nabla$ jest rosnący z obszaru północno-zachodniego na obszar południowowschodni. Głównym skupiskiem wartości ujemnych jest obszar województwa zachodnio pomorskiego, a także części województw ościennych, tzn. Pomorskiego, Lubuskiego i Wielkopolskiego. Rozkład wartości dodatnich nie jest tak skoncentrowany. Główne skupisko wartości dodatnich znajduje się na obszarze województwa podkarpackiego, w okolicach Jarosławia i Przemyśla, rozchodząc się na południową część województwa lubelskiego oraz na województwo świętokrzyskie. Dodatkowo, duże skupisko wartości dodatnich znajduje się w zachodniej części województwa mazowieckiego, w okolicach Płocka.

Wykorzystując przedstawione podejście można dokonać analizy wzajemnej dokładności badanych modeli, a także wskazać błędne pomierzone punkty sieci satelitarno-niwelacyjnych. Podstawę tejże analizy stanowi powierzchnia quasi-geoidy modelu EGG2008, która wynika jedynie z danych grawimetrycznych. Dlatego też, porównując jej przebieg z przebiegiem powierzchni quasi-geoidy modelu GUGIK2011, która została wciśnięta w dostępne punkty satelitarno-niwelacyjne, można wskazać lokalne dewiacje wartości $\Delta \nabla$ które świadczą o błędach w modelu GUGIK2011. Przykładem tego zjawiska są tereny pod Jelenią Górą, gdzie następuje gwałtowna zmiana wartości podwójnych różnic.

							1	EGG2008	Geoida2011	GUGIK2011-
Lp.	Reper		$oldsymbol{arphi}$				λ	p. zerowy	p. zerowy	EGG08
		[°]	[']	["]	[°]	[']	["]	[m]	[m]	[cm]
1	46140257	50	48	37.836	15	39	11.916	42.927	43.045	11.8
2	46140405	50	48	38.556	15	39	57.888	42.903	43.014	11.0
3	46140404	50	49	0.624	15	40	39.324	42.834	42.933	9.9
4	46140410	50	49	30.252	15	41	11.652	42.755	42.844	8.9
5	46140411	50	50	3.156	15	42	12.708	42.669	42.743	7.4
6	46140402	50	50	12.228	15	42	44.496	42.644	42.713	6.9
7	46140329	50	50	36.852	15	43	25.428	42.591	42.655	6.4
8	46140328	50	51	4.608	15	43	58.584	42.539	42.603	6.4
9	46140327	50	51	3.996	15	44	43.584	42.530	42.595	6.5
10	46140326	50	50	53.160	15	45	43.632	42.534	42.605	7.1
11	46140304	50	50	44.628	15	46	24.168	42.541	42.616	7.5
12	46140463	50	50	4.308	15	47	19.428	42.597	42.682	8.5
13	46140459	50	49	12.432	15	48	23.508	42.679	42.781	10.2
14	46140460	50	48	24.840	15	49	4.764	42.767	42.885	11.8
15	46140461	50	48	1.728	15	49	34.788	42.811	42.938	12.6

Tabela 26 Zestawienie wartości anomalii wysokości oraz obliczenie ich różnic na wybranych reperach w okolicy Jeleniej Góry. Dla modeli GUGIK2011 oraz EGG08 [opracowanie własne].

Jak zostało wykazane na wstępie niniejszego rozdziału, na tym obszarze wystąpiły najniższe wartości podwójnych różnic. Po przedstawieniu wyników powyższej analizy, można stwierdzić, że są one wynikiem błędów w przebiegu powierzchni quasi-geoidy modelu GUGIK2011. Kolejnymi przykładami lokalnych dewiacji wartości podwójnych różnic są, obszary wokół: Nysy (woj. opolskie), Proszowic (koło Krakowa), Młynar (koło Elbląga), Kowalowa (koło Kostrzyna nad Odrą). Wszystkie wymienione obszary łączy posiadanie punktu satelitarno-niwelacyjnego, który był wykorzystany do wpasowania modelu GUGIK2011. W Nysie oraz Proszowicach są nimi stacje ASG-EUPOS (wraz z ekscentrami), natomiast w Młynarach oraz Kowalewie są nimi punkty sieci POLREF. Uzupełnieniem powyższej analizy, a także dopełnieniem informacji o wzajemnym przebiegu modelu GUGIK2011 oraz EGG2008 jest przedstawienie przestrzennego rozmieszczenia różnic obu modeli (bez wprowadzania różnic wysokości normalnych).



Rysunek 22 Wykres różnicy wartości modelowych anomalii wysokości obliczonych w tabeli 13 [opracowanie własne].

Na rysunku 23 zamieszczono oprócz różnic anomalii wysokości, rozmieszczenie punktów sieci satelitarno-niwelacyjnych: EUVN, ekscentrów ASG-EUPOS oraz POLREF, które służyły jako punkty wpasowania modelu GUGIK2011. Bez problemu można wskazać obszary na których występuje lokalne zaburzenie przebiegu quasi-geoidy modelu GUGIK2011, które wynika z nieścisłości danych geodezyjnych dotyczących tych punktów, np.: błędnego dowiązania punktu satelitarno-niwelacyjnego do osnowy wysokościowej, bądź popełnionym błędom grubym podczas tych prac. Zagadnienia te, nie należą do tematyki niniejszej pracy dyplomowej, jednakże ukazują możliwość kontroli sieci geodezyjnych za pomocą wysoko dokładnych modeli quasi-geoid (geoid) grawimetrycznych, jak badany model EGG2008.

Wprowadzenie do analiz rozkładu przestrzennego różnicy anomalii wysokości, modelu GUGIK2011 oraz EGG2008, pozwala na głębsze przeanalizowanie rozkładu podwójnych różnic tych modeli (rysunek nr 21). Główny trend wzrostu różnic anomalii wysokości, tzn. z północnego zachodu na południowy wschód został zachowany. <u>Może to świadczyć o istnieniu błędów systematycznych w polskiej podstawowej osnowie wysokościowej.</u> Wskazuje na to, bardzo mocne wpasowanie modelu GUGIK2011 w Polską osnowę wysokościową oraz niezależność grawimetrycznego modelu EGG2008. Alternatywą dla tej tezy, jest założenie błędów w długofalowej składowej modelu EGG2008. Jednakże, składowa długofalowa modelu EGG08 była pozyskana z globalnego modelu potencjału EGM2008, który charakteryzuje się wysoką dokładnością. Ten wniosek stanowi podstawę do wprowadzenia korekty do modelu EGG2008. <u>W celu jak najlepszej implementacji modelu EGG08 na obszarze Polski,</u> (bez lokalnego zaburzania jego przebiegu na punktach wpasowania) <u>należy nachylić powierzchnię quasi-geoidy EGG08 o niewielki kąt, dzięki czemu zostanie zniwelowany trend "północny zachód – południowy wschód"</u>. Nachylenia zostanie wprowadzone do modelu EGG2008 poprzez transformację przestrzenną w kolejnym rozdziale pracy.

Następnymi zależnościami na które warto zwrócić uwagę, są nagłe zmiany wartości podwójnych różnic (oraz różnic anomalii wysokości) wzdłuż wybrzeży oraz wzdłuż granicy z Litwą i Białorusią. Zmiany wzdłuż wschodniej granicy Polski mogą wynikać z dwóch powodów:

1. efektu brzegowego w modelu EGG2008, wynikającego ze słabej jakości danych grawimetrycznych na obszarze Litwy i Białorusi;

2. niekontrolowanego zakrzywienia powierzchni quasi-geoidy modelu GUGIK2011 będącego wynikiem braku punktów wpasowania poza granicami Polski.

Zmiany wzdłuż wybrzeża morza Bałtyckiego, również mogą być wynikiem niekontrolowanego zakrzywienia quasi-geoidy modelu GUGIK2011. W modelu EGG2008 zostały wykorzystane morskie dane grawimetryczne oraz dane altymetryczne, które zapobiegłby nagłym zmianom krzywizny powierzchni quasi-geoid w obszarach nadmorskich. Kwesta ta pozostanie nierozwiązana, ponieważ nie stanowi podstawy zainteresowania tejże pracy dyplomowej.



Rysunek 23 Różnica wartości anomalii wysokości (zerowy pływ) modelu GUGIK2011 oraz modelu EGG2008. Kolorem czerwonym oznaczono ekscentry ASG-EUPOS, kolorem czarnym punkty EUVN_DA pomierzone podczas kampanii pomiarowej 2008-2011, kolorem żółtym oznaczono punkty sieci POLREF. Cięcie izolinii 2 cm [opracowanie własne].

Główną zmianą w rozkładzie różnic anomalii wysokości (rysunek 23) w porównaniu do rozkładu podwójnych różnic (rysunek 21), jest rozkład wartości podwójnych różnic w południowo-wschodniej i centralnej Polsce. Biorąc pod uwagę przestrzenny rozkład różnic wysokości normalnych w układach Kronsztadt86 oraz EVRF2007 (rysunek 10) można wywnioskować, że przyczyną dużych wartości podwójnych różnic $\Delta \nabla$ w zachodniej części woj. Mazowieckiego są właśnie różnice wysokości normalnych pomiędzy tymi układami. Różnice wysokości normalnych świadczą o błędach pomiarowych w III (Kronsztadt86) lub IV Kampanii Niwelacyjnej (EVRF2007). Domniemywa się, że błędy popełniono podczas III Kampanii Niwelacyjnej, a więc wysokości normalne w układzie Kronsztadt86 są na tym terenie obarczone błędami. Wynika z tego, że katalogowe wysokości normalne punktów satelitarno-niwelacyjnych, w które był wpasowywany model GUGIK2011, zawierały błędy, które powinny zniekształcić przebieg quasi-geoidy GUGIK2011 na tym obszarze. Takie zniekształcenie modelu GUGIK2011 poskutkowałoby zerowymi wartościami podwójnych różnic $\Delta \nabla = 0$ w okolicy Płocka. Ponieważ jednak, wartości podwójnych różnic na tym obszarze nie są zerowe, można wywnioskować, że model GUGIK2011 źle realizuje układ Kronsztadt86 na tym obszarze. Kolejnym obszarem obarczonym dużymi wartościami podwójnych różnic $\Delta \nabla$ spowodowanych błędami w III Kampanii Niwelacyjnej, są okolice Rzeszowa. Porównanie wartości anomalii wysokości na tym obszarze (rysunek 23) nie wykazuje nagłego skoku ich wartości, spowodowanego błędnymi wysokościami normalnymi w układzie Krosztadt86. Wynika z tego, że również na tym obszarze, model GUGIK2011 nieprawidłowo odzwierciedla układ Kronsztadt86. W późniejszych etapach pracy, po wprowadzeniu korekt do modelu EGG2008, ponownie zostaną przedstawione porównania modeli EGG08 oraz GUGIK2011, należy wtedy pamiętać o powyższych rozbieżnościach modelu GUGIK2011 i układu Kronsztadt86.

Na terenie województwa małopolskiego widoczny jest obszar na którym następuje zaburzenie głównego trendu rozkładu wartości podwójnych różnic. Obszar ten rozciąga się przez Beskid Żywiecki, Gorce i Beskid Wyspowy. To zjawisko również występuje w rozkładzie różnic anomalii wysokości obu modeli, zatem wprost wynika z błędów przebiegu powierzchni quasi-geoidy któregoś modelu. Na podstawie posiadanych danych nie można stwierdzić, który model wprowadza te zaburzenia.

Na zakończenie warto zwrócić uwagę na rozkład wartości podwójnych różnic w Kotlinie Kłodzkiej w województwie dolnośląskim. W najbliższej okolicy Kłodzka są to wartości zerowe, co świadczy o poprawnych anomaliach wysokości obu modeli, jednakże w obszarach przygranicznych występują nagłe skoki wartości podwójnych różnic. Jest to obszar górzysty, trudny z perspektywy modelowania przebiegu quasi-geoidy (geoidy), dlatego owe nagłe skoki wartości są akceptowalne. Należy jednak zwrócić uwagę, że w Górach Bystrzyckich znajduje się punkt POLREF, który może poprawiać ogólną dokładność modelu GUGIK2011 na tym trudnym obszarze (jako punkt wpasowania). Należy zatem uznać, większe błędy anomalii wysokości modelu EGG2008 na tym obszarze.

9 Korekta modelu EGG2008

9.1 Implementacja modelu EGG2008 w układzie ETRF2000

Jak zostało wykazane w poprzednich rozdziałach, europejski model quasi-geoidy EGG2008 bardzo dobrze współpracuje z wysokościami elipsoidalnymi w układzie ETRF2000 (patrz rozdział 7.3). Dodatkowo charakteryzuje się niewielkim trendem, z północnego zachodu na południowy wschód (patrz rozdział 8.2). W celu wyrugowania efektu trendu oraz zaimplementowania modelu EGG2008 na obszarze Polski, dokonano niewielkiego pochylenia powierzchni quasi-geoidy poprzez 7 – parametrową transformację przestrzenną. Zbiór pierwotny stanowiły modelowe anomalie wysokości EGG2008, natomiast zbiór wtórny stanowiły empiryczne anomalie wysokości wyznaczone z pomiarów geodezyjnych.

57)
$$(\zeta^{EGG08}) \rightarrow (\zeta^{empir.})$$

Transformacja, w celu wyboru korzystniejszego rozwiązania, została oparta na dwóch zbiorach punktów:

- 1. zbiorze punktów sieci EUVN_DA które wzięły udział w ostatniej kampanii pomiarowo obliczeniowej w latach 2008-2011;
- 2. wybranych ekscentrach sieci ASG-EUPOS.

Wykonanie transformacji na punktach EUVN_DA pozwoliło na wykorzystanie wszystkich, 109 ekscentrów sieci ASG-EUPOS, na oszacowanie dokładności modelu po transformacji. Jednakże, zbiór wtórny, oparty na empirycznych anomaliach wysokości, posiadał defekt w postaci niespójności wysokości normalnych na punktach sieci EUVN, w układzie EVRF2007, z podstawową osnową wysokościową (patrz rozdział 6.2.1). Dlatego też postanowiono wykorzystać wybrane równomiernie rozmieszczone ekscentry ASG-EUPOS jako drugi zbiór punktów łącznych. Założono wybór nie więcej niż 1 ekscentru na województwo. Pozwoliło to na odpowiednie zamodelowanie poprawki, a także zbytnio nie zmniejszyło liczebności pozostałego zbioru ekscentrów ASG-EUPOS, który został wykorzystany do oszacowania dokładności modelu EGG2008 po korekcie.

Dodatkową kontrolę poprawionego modelu przeprowadzano śledząc zmiany anomalii wysokości na obu liniach niwelacyjnych: Nowy Targ – Zakopane oraz Warszawa – Błonie. A także kontrolując wartości podwójnych różnic na reperach podstawowej osnowy wysokościowej.

9.1.1 Transformacja przestrzenna w oparciu o sieć EUVN_DA

Pierwszą korektę modelu EGG08 oparto na zbiorze 37 punktów sieci EUVN_DA. Rozmieszczenie punktów EUVN_DA jest przedstawione na rysunku nr 24 (niebieskie punkty). Transformacji dokonano w programie *Geonet*¹³ w wersji 2006. Zbiór pierwotny stanowiły anomalie wysokości modelu EGG08 na punktach sieci EUVN_DA, reperach podstawowej osnowy wysokościowej oraz ekscentrach ASG-EUPOS, przeliczone ze współrzędnych geodezyjnych na współrzędne geocentryczne:

58)

 $\varphi\lambda(\zeta^{EGG08}) \to XYZ^{EGG08}$.

¹³ Licencja Politechniki Warszawskiej Wydziału Geodezji i Kartografii.

Tabela 27Parametry transformacjiwyznaczonew oparciu o punktyEUVN_DA.

	Parametry transformacji (korekta na EUVN_DA)							
μ-1	1.0973E-09	[-]						
ε1	-0.01403							
ε2	0.01197	[sek.]						
ɛ 3	0.00716							
Тx	0.00516							
Ту	0.00217	[m]						
Tz	0.00669							

Zbiór wtórny stanowiły przeliczone w ten sam sposób, empiryczne anomalie wysokości na punktach EUVN_DA.

Wyznaczone parametry transformacji zamieszczono w tabeli nr 27. Parametry te odnoszą się do biegunów transformacji, którymi były punkty o współrzędnych: dla układu pierwotnego X=3711338.00967, Y=1340587.00666, Z=4989175.49851 oraz dla układu X=3711338.01483, Y=1340587.00883, wtórnego Z=4989175.5052. Otrzymano bład transformacji o wartości $\mu_t = 0.0132 m$ oraz błąd średni jednostkowy dla współrzędnej $m_0 = 0.0093 m$. Średniokwadratowe

odchyłki współrzędnych wyniosły odpowiednio $\delta X=0.0093$ m, $\delta Y=0.0033$ m, $\delta Z=0.0125$ m. Największą odchyłkę (korektę post transformacyjną Hausbrandta) otrzymano dla punktu *PL104* we Włodawie, ogólna wartość odchyłki dla tego punktu wyniosła 3.1 cm.



Rysunek 24 Rozkład poprawek do modelu EGG2008 wyznaczony w oparciu o punkty EUVN_DA (niebieskie punkty). Lewy rysunek przedstawia rozkład poprawek bez uwzględnienie korekty Hausbrandta, prawy rysunek przedstawia rozkład poprawek z uwzględnieniem korekty Hausbrandta. Cięcie izolinii co 1 cm [opracowanie własne].

Na rysunku 24 przedstawiono przestrzenny rozkład poprawek do modelu EGG2008. Tak jak zakładano poprawki mają charakter rosnący z północnego zachodu na południowy wschód. Najmniejsze wartości poprawek (północny zachód Polski) osiągnęły wartość -3.1 cm podejścia bez korekty Hausbrandta oraz -4.4 cm z korektą Hausbrandta. Natomiast osiągnięte największe wartości (południowo wschodnia Polska) wynosiły odpowiednio 4.4 cm dla poprawek bez korekty oraz 5.0 cm dla poprawek z korektą Hausbrandta.

Kontrolę dokładności modelu EGG2008 po wprowadzeniu powyższych korekt, przeprowadzono na ekscentrach sieci ASG-EUPOS oraz dwóch omawianych wcześniej liniach niwelacyjnych. Obliczenia dotyczące linii niwelacyjnych zestawiono poniżej, natomiast obliczenia na ekscentrach ASG-EUPOS załączono w *[Załączniku nr 12].*

ID	- EMPIR	MOD	EGG08 z	GG08 z poprawką		\Z pop1	AZ DOD2
reperu	ς	ς	ζ ^{мод} pop1	ζ ^{ΜΟD} pop2	Δς	Δς ρορ ι	Δς ρορΖ
183-*	ETRF2000	EGG08	bez kor H.	z kor H.	było	bez kor H.	z kor H.
10062	40.8521	40.7801	40.8099	40.7903	7.2	4.2	6.2
30068	40.8776	40.8068	40.8367	40.8170	7.1	4.1	6.1
30069	40.8982	40.8337	40.8637	40.8441	6.4	3.4	5.4
30080	40.9623	40.8996	40.9297	40.9100	6.3	3.3	5.2
30070	41.0605	40.9581	40.9884	40.9685	10.2	7.2	9.2
30043	41.1069	40.9899	41.0202	41.0003	11.7	8.7	10.7
30045	41.1858	41.0778	41.1083	41.0885	10.8	7.8	9.7
30047	41.2885	41.2040	41.2346	41.2151	8.5	5.4	7.3
30081	41.3343	41.2534	41.2841	41.2647	8.1	5.0	7.0
30048	41.4340	41.2889	41.3195	41.3004	14.5	11.5	13.4
30050	41.5178	41.4099	41.4407	41.4220	10.8	7.7	9.6
30053	41.6825	41.5747	41.6057	41.5873	10.8	7.7	9.5
30085	41.8971	41.7773	41.8084	41.7911	12.0	8.9	10.6
30058	42.0032	41.8897	41.9208	41.9043	11.3	8.2	9.9
		błędy śrec	Inie pojedynczeg	o spostrzeżenia	10.0 cm	7.0 cm	8.9 cm

Tabela 28 Obliczenia różnic anomalii wysokości na wybranych reperach linii niwelacyjnej Nowy Targ – Zakopane. Zestawiono anomalie wysokości: modelowe, poprawione bez korekty Hausbrandta, poprawione z korektą Hausbrandta. Różnice anomalii wysokości podano w cm.

Tabela 29 Obliczenia różnic anomalii wysokości na wybranych reperach linii niwelacyjnej Warszawa -Błonie. Zestawiono anomalie wysokości: modelowe, poprawione bez korekty Hausbrandta, poprawione z korektą Hausbrandta. Różnice anomalii wysokości podano w cm.

	≠ EMPIR	₩OD	EGG08 z	poprawką	. 7	17 mand	
ID reperu	ς	ς	ζ ^{ΜΟD} pop1	ζ ^{ΜΟD} ρορ2	Δς	Δς ρορ1	Δς ρορΖ
	ETRF2000	EGG08	bez kor H.	z kor H.	było	bez kor H.	z kor H.
26370053	31.1247	31.0749	31.0845	31.0873	5.0	4.0	3.7
27310011	31.1605	31.1059	31.1154	31.1183	5.5	4.5	4.2
27310014	31.2607	31.1909	31.2003	31.2032	7.0	6.0	5.7
27310015	31.2755	31.2059	31.2153	31.2182	7.0	6.0	5.7
27350022	31.2937	31.2317	31.2411	31.2440	6.2	5.3	5.0
27310018	31.3491	31.2827	31.2919	31.2950	6.6	5.7	5.4
27350032	31.4125	31.3465	31.3556	31.3590	6.6	5.7	5.3
27310097	31.4529	31.3614	31.3704	31.3739	9.1	8.2	7.9
27310098	31.4469	31.3709	31.3799	31.3834	7.6	6.7	6.3
27310026	31.4708	31.3894	31.3983	31.4021	8.1	7.2	6.9
27310028	31.4732	31.4215	31.4303	31.4344	5.2	4.3	3.9
27350033	31.4996	31.4349	31.4437	31.4479	6.5	5.6	5.2
27310029	31.5236	31.4409	31.4496	31.4539	8.3	7.4	7.0
27350034	31.5500	31.4539	31.4625	31.4671	9.6	8.7	8.3
27220073	31.5525	31.4993	31.5078	31.5128	5.3	4.5	4.0
27220074	31.5749	31.5112	31.5198	31.5248	6.4	5.5	5.0
27220075	31.5569	31.5283	31.5368	31.5422	2.9	2.0	1.5
		błędy śrec	lnie pojedynczeg	o spostrzeżenia	6.8	6.0	5.6

Jak przedstawiono w tabeli nr 28, wartości anomalii wysokości modelu EGG2008 na reperach linii niwelacyjnej Nowy Targ – Zakopane, uległy widocznej poprawie. Badając wartość poprawki wprowadzonej do modelu EGG2008 na tym obszarze, uwidacznia się duży wpływ punktu EUVN *PL114* znajdującego się w okolicy Niedzicy. Otóż poprawka wynikająca z nieuwzględnienia korekty Hausbrandta jest stała dla wszystkich reperów i wynosi około -3.0 cm, natomiast uwzględnienie korekty Hausbrandta różnicuje wartości poprawki od -1.0 cm dla reperu w Nowym Targu do -1.5 cm dla reperu w Zakopanem. Wartość średniego błędu pojedynczego spostrzeżenia uległa zmniejszeniu. Dla modelowych anomalii wysokości powyższy błąd wyniósł 10.0 cm, natomiast po wprowadzeniu poprawek, został zmniejszony odpowiednio do 7.0 cm i 8.9 cm dla poprawki bez i z korektą Hausbrandta. Należy przypomnieć, że model GUGIK2001 osiągnął dokładność na powyższych reperach wynoszącą 8.2 cm, a model GUGIK2011 5.8 cm.

W tabeli 29 zestawiono obliczenia modelowych i poprawionych anomalii wysokości na wybranych reperach linii niwelacyjnej Warszawa – Błonie. Poprawki do modelowych anomalii wysokości wahają się tutaj od -0.8 cm do -1.0 cm dla poprawki bez korekty Hausbrandta oraz od -1.2 cm do -1.5 cm dla poprawki z korektą Hausbrandta. Wartość średniego błędu pojedynczego spostrzeżenia uległa zmniejszeniu z wartości 6.8 cm dla modelowych anomalii wysokości do wartości 6.0 cm z poprawką bez korekty Hausbrandta i do 5.6 cm dla poprawki z korektą Hausbrandta. Anomalie wysokości modelu GUGIK2001 osiągnęły na powyższych reperach błąd średni 6.6 cm, a modelu GUGIK2011 odpowiednio 4.7 cm. Należy pamiętać, że za tak wysokie błędy średnie pojedynczego spostrzeżenia na tejże linii niwelacyjnej odpowiada technika pomiarowa RTK, która wprowadziła niepewne wartości wysokości elipsoidalnych.

Ogólnopolską charakterystykę dokładności modelu EGG2008 po wprowadzeniu poprawek dokonano na zbiorze 109 ekscentrów sieci ASG-EUPOS. Na poniższych rysunkach przedstawiono przestrzenny rozkład różnic anomalii wysokości, po lewej stronie bez uwzględnienia korekty Hausbrandta, po lewej stronie z uwzględnieniem korekty Hausbrandta.



Rysunek 25 Przestrzenny rozkład różnic anomalii wysokości pomiędzy wartością empiryczną a modelową z poprawionego modelu EGG08. Lewy rysunek, poprawka do EGG08 bez uwzględnienia korekty Hausbrandta, prawy rysunek poprawka z uwzględnieniem korekty Hausbrandta. Cięcie izolinii co 1 cm [opracowanie własne].

Największe różnice anomalii wysokości, dla anomalii wysokości poprawionych bez uwzględnienia korekty Hausbrandta, otrzymano na ekscentrach *SIPC8* w Sierpcu oraz *NYSA8* w Nysie. Wartości te wynosiły 3.6 cm dla ekscentru w Sierpcu oraz 3.4 cm dla ekscentru w Nysie. Najmniejsze różnice anomalii wysokości otrzymano na ekscentrze *WLDW8* we Włodawie -4.9 cm oraz na ekscentrze w Żywcu *ZYWI9* -3.4 cm. Ekscentr we Włodawie znajduje się przy granicy Polski z Białorusią oraz Ukrainą, zakłada się, że tak duża różnica anomalii wysokości, która jest widoczna na tym obszarze we wszystkich analizach (patrz rozdział 7.1 oraz 7.3) jest wynikiem efektu brzegowego modelu EGG08. Efekt ten wynika ze słabej jakości materiału grawimetrycznego z terenów państw wschodnich, który odbija się na jakości geoidy (quasigeoidy) grawimetrycznej na obszarze wschodniej Polski. Natomiast ekscentr w Żywcu, charakteryzował się lokalnie najniższą różnicą anomalii wysokości modelu EGG2008, również przed wprowadzeniem poprawek (patrz rysunek 14). Może to świadczyć o istnieniu błędu grubego na tej stacji. Jednakże, nie zaobserwowano tego zjawiska analizując model GUGIK2001 (rozdział 7.1). Z kolei ekscentr w Sierpcu, charakteryzuje się lokalnie najwyższą różnicą anomalii wysokości dla modelu EGG08 przed wprowadzeniem poprawki i po wprowadzeniu poprawki (bez korekty). To również może świadczyć o błędzie grubym w danych tego punktu. Jednakże, tak jak w przypadku ekscentru w Żywcu, nie zaobserwowano tego zjawiska analizując model GUGIK2001. Natomiast ekscentr w Nysie *NYSA8* charakteryzuje się bardzo wysoką różnicą anomalii wysokości we wszystkich przeprowadzonych analizach, więc należy uznać, że obarczony jest dużymi błędami pomiarowymi. Wynika z tego, że błędy te zostały lokalnie przeniesione na model GUGIK2011 poprzez wpasowanie go w tenże punkt.

	ZEMPIR	Zmod	EGG08 z	poprawką	۸۲	Λζ pop1	Λζ pop2	
ID stacji	,	Smea	ζmod pop1	ζmod pop2		-, beb.	-, , , , , , ,	
	ETRF2000	EGG08	bez kor H.	z kor H.	bez pop.	bez kor. H.	z kor. H.	
BOR4	35.2831	35.2812	35.2752	35.2693	0.2	0.8	1.4	
BRS8	27.9533	27.9459	27.9578	27.9540	0.7	-0.4	-0.1	
BYD8	30.5578	30.5678	30.5582	30.5571	-1.0	0.0	0.1	
BYD9	30.5655	30.5762	30.5665	30.5655	-1.1	-0.1	0.0	
CBK8	30.9013	30.8879	30.8982	30.9007	1.3	0.3	0.1	

Tabela 30 Fragment analizy wpływu poprawki do modelu EGG08 wyznaczonej na punktach sieci EUVN_DA, na ekscentry sieci ASG-EUPOS [Załącznik nr 12].

W przypadku różnic anomalii wysokości otrzymanych dla modelu EGG08 poprawionego z uwzględnieniem korekty Hausbrandta, najmniejszą różnicę anomalii wysokości otrzymano również na ekscentrze w Żywcu *ZYWI9*. Wartość tej różnicy wyniosła -3.4 cm, co może potwierdzać tezę o błędzie grubym w danych tejże stacji. Drugą stacją o najniższej różnicy anomalii wysokości był ekscentr *PRZM8* w Przemyślu (-2.7 cm). Największą różnicę anomalii wysokości otrzymano dla ekscentru w Nysie *NYSA8* o wartości 3.1 cm. Jednakże rugując ten punkt z powyższej analizy, jako błąd gruby, największą różnicę anomalii wysokości o wartości 2.5 cm otrzymano na ekscentrze CHOJ8 w Chojnicach.

Tabela 31 Analiza wpływu wprowadzenia poprawki do modelu EGG08 na dokładność anomalii wysokościna ekscentrach sieci ASG-EUPOS [opracowanie własne].

Wielkości statystyczne		EGG2008					
		bez poprawki	z poprawką bez kor. H.	z poprawką oraz kor. H.			
Średnia	[cm]	0.8	0.3	0.3			
Średnia kwad.	[cm]	2.0	1.5	1.3			
Odchylenie stand.	[cm]	1.8	1.5	1.3			

Oszacowanie dokładności poprawionego modelu EGG2008 na podstawie różnic anomalii wysokości <u>na 109 ekscentrach sieci ASG-EUPOS</u> wykazało następujące wyniki: <u>model EGG08</u> <u>z poprawką nie uwzględniającą korekty Hausbrandta osiągnął dokładność 1.5 cm, model EGG08</u> <u>z poprawką uwzględniającą korektę Hausbrandta osiągnął dokładność 1.3 cm.</u> Są to bardzo wysokie dokładności. Należy przypomnieć, że punkty sieci EUVN_DA, użyte do transformacji, posiadały wysokości normalne niezgodne z Polską osnową wysokościową. Domniemywa się, że wpływ tej niespójności miał charakter przypadkowy na obszarze całego kraju, co przełożyło się na błędy transformacji, jednakże nie miało wpływu na parametry transformacji.



Rysunek 26 Rozmieszczenie przestrzenne wartości podwójnych różnic $\Delta \nabla$ obliczonych dla modeli GUGIK2011 oraz EGG2008, po wprowadzeniu poprawki do modelu EGG2008. Lewy rysunek poprawka bez korekty Hausbrandta, prawy rysunek poprawka z uwzględnieniem korekty Hausbrandta. Cięcie izolinii co 1 cm [opracowanie własne].

Na zakończenie omawiania poprawki do modelu EGG2008, wprowadzonej na podstawie transformacji przestrzennej w oparciu o punkty sieci EUVN_DA, warto powrócić do rozkładu wartości podwójnych różnic $\Delta \nabla$. Wartości $\Delta \nabla$ na obszarze większości kraju zostały uregulowane. W Polsce centralnej, w okolic Płocka pozostało małe skupisko dużych wartości podwójnych różnic, jednakże jak zostało opisane w rozdziale 8.2, wynika ono z błędów modelu GUGIK2011 (różnic wartości wysokości normalnych pomiędzy układami). Obszarem na który wdrożona poprawka zadziałała negatywnie jest obszar Bieszczad. Wartości $\Delta \nabla \approx (-6 \ cm, -3 \ cm)$, co potwierdzają również ujemne wartości różnic anomalii wysokości na ekscentrach ASG-EUPOS na tym obszarze. Powiększyły się również moduły podwójnych różnic w okolicy Krakowa, jednakże należy podkreślić, że przyczyny takiego rozkładu $\Delta \nabla$ na tym obszarze pozostaje nieznana.

Dokładność modelu EGG2008 po wprowadzeniu poprawki, opartej na sieci EUVN_DA, bez korekty Hausbrandta oszacowano na 1.5 cm. Natomiast dokładność modelu EGG08 po wprowadzeniu poprawki uwzględniającej korektę Hausbrandta wyniosła 1.3 cm.

9.1.2 Transformacja przestrzenna w oparciu wybrane ekscentry ASG-EUPOS

W poprzednim rozdziale wprowadzono poprawkę do modelu EGG08 w oparciu o sieć EUVN_DA. Operacja ta zwiększyła oszacowaną dokładność modelu z 2.0 cm na 1.5 cm oraz 1.3 cm (odpowiednio bez korekty Hausbrandta i z korektą Hausbrandta). Należy jednak mieć na uwadze, że empiryczne anomalie wysokości na punktach EUVN_DA, które stanowiły zbiór wtórny transformacji, opierały się na wysokościach normalnych w układzie EVRF2007, które są niespójne z podstawową osnową wysokościową kraju (patrz rozdział 6.2.1). Dlatego też, pomimo osiągnięcia znacznej poprawy modelu EGG2008, zdecydowano no wprowadzenie alternatywnej poprawki w oparciu o grupę wybranych ekscentrów ASG-EUPOS.

Wybór punktów łącznych

Punkty łączne należało wybrać w ten sposób, aby odpowiednio nachylić model EGG08 w kierunku północy zachód - południowy wschód, tzn. dostosować powierzchnię quasi-geoidy do nachylenia polskiej sieci wysokościowej. W tym celu, należało wybrać ekscentry ASG-EUPOS równomiernie rozmieszczone po obszarze Polski, co do których nie zachodzi podejrzenie o błędzie w danych geodezyjnych. Wyboru dokonano na podstawie rozkładu różnic modelowych i empirycznych anomalii wysokości (rysunek 14) oraz rozkładu różnic anomalii wysokości modeli EGG08 oraz GUGIK2011 (rysunek 23). Wybrano następujące punkty:

- woj. Zachodniopomorskie ekscentr *GOLE8* pod Goleniowem;
- woj. Pomorskie ekscentr WLAD8 pod Władysławowem;
- woj. Lubuskie ekscentr *ZIGR8* pod Zielona Górą;
- woj. Dolnośląskie ekscentr *KLDZ8* pod Kłodzkiem;
- woj. Wielkopolskie ekscentr *KROT8* pod Krotoszynem;
- woj. Kujawsko Pomorskie ekscentr *TORU8* pod Toruniem;
- woj. Warmińsko-Mazurskie ekscentr LAMA8 pod Lamkówkiem;
- woj. Podlaskie ekscentr *HAJN8* pod Hajnówką (wyrugowanie efektu brzegowego);
- woj. Mazowieckie ekscentr BOGI8 pod Borową Górą;
- woj. Lubelskie ekscentr WLDW9 pod Włodawą (wyrugowanie efektu brzegowego) oraz BILG8 pod Biłgorajem;
- woj. Świętokrzyskie ekscentr *KLCE8* pod Kielcami;
- woj. Małopolskie ekscentr NWTG8 pod Nowym Targiem;
- woj. Podkarpackie ekscentr USDL8 pod Ustrzykami Dolnymi.

Wyniki transformacji

Transformację wykonano stosując te same założenia, co w przypadku poprzedniej transformacji, na punktach EUVN_DA. To znaczy, zbiór pierwotny stanowiły anomalie wysokości modelu EGG08 na punktach sieci EUVN_DA, reperach podstawowej osnowy wysokościowej oraz ekscentrach ASG-EUPOS, przeliczone ze współrzędnych geodezyjnych na współrzędne geocentryczne. Zbiór wtórny stanowiły empiryczne anomalie wysokości na wyżej



wymienionych ekscentrach sieci ASG-EUPOS. Wyznaczone parametry transformacji zamieszczono w tabeli nr 32. Parametry te odnoszą się do biegunów transformacji, którymi były punkty o współrzędnych: dla układu pierwotnego X=3706825.6623, Y=1331511.18045, Z=4993193.53578 oraz dla układu wtórnego X=3706825.66334, Y=1331511,18101, Z=4993193.53683. Otrzymano błąd transformacji o wartości $\mu_t = 0.0119 m$ oraz błąd średni jednostkowy dla współrzędnej $m_0 = 0.0084 m$. Średniokwadratowe odchyłki współrzędnych wyniosły odpowiednio δ X=0.0081 m, δ Y=0.0031 m, δ Z=0.0109 m. Największą odchyłkę (korektę post transformacyjną Hausbrandta) otrzymano dla ekscentru *WLDW8* we Włodawie, ogólna wartość odchyłki dla tego punktu wyniosła 3.0 cm. Należy zwrócić uwagę, że w transformacji na punktach EUVN_DA również punkt we Włodawie osiągnął największe wartości odchyłek. Wynika to z pogorszenia dokładności modelu EGG08 na tym obszarze, ze względu na wpływ efektu brzegowego.

Tabela 32 Parametry transformacji wyznaczone w oparciu o wybrane ekscentry sieci ASG-EUPOS.

na	Parametry transformacji na ekscentrach ASG-EUPOS						
μ-1	-2.9456E-10	[-]					
ε1	-0.00562						
ε2	0.01207	[sek.]					
ε 3	0.00095						
Тx	0.00104						
Ту	0.00056	[m]					
Τz	0.00105						



Rysunek 27 Rozkład poprawek do modelu EGG2008 wyznaczony w oparciu o wybrane ekscentry sieci ASG-EUPOS (czerwone punkty). Lewy rysunek przedstawia rozkład poprawek bez uwzględnienie korekty Hausbrandta, prawy rysunek przedstawia rozkład poprawek z uwzględnieniem korekty Hausbrandta. Cięcie izolinii co 1 cm [opracowanie własne].

Na rysunku 27 przedstawiono przestrzenny rozkład poprawek do modelu EGG2008 otrzymanych po transformacji na wybranych ekscentrach sieci ASG-EUPOS. W przeciwieństwie do rozkładu otrzymanego na punktach EUVN_DA (rysunek 24), poprawki nie uwzględniające korekty Hausbrandta, nie mają trendu "północny zachód – południowy wschód", lecz mają charakter równoleżnikowy. Najniższe wartości poprawek (północno zachodnia Polski) osiągnęły wartość -2.0 cm w podejściu bez korekty Hausbrandta oraz -3.1 cm z korektą Hausbrandta. Są to

wartości o 1 cm większe niż odpowiadające im poprawki otrzymane po transformacji na punktach EUVN_DA. Natomiast największe osiągnięte wartości poprawek wynosiły odpowiednio 2.3 cm dla poprawek bez korekty (południowa Polska) oraz 3.2 cm dla poprawek z korektą Hausbrandta (woj. świętokrzyskie). Są to wartości niższe o 1-2 cm w porównaniu do odpowiadającym im wartościom uzyskanych po transformacji na punktach EUVN_DA. Wynika z tego, że wprowadzone poprawki na punktach ASG-EUPOS mają łagodniejszy charakter.

Kontrolę dokładności modelu EGG2008 po wprowadzeniu powyższych korekt, przeprowadzono na pozostałych ekscentrach sieci ASG-EUPOS, sieci EUVN_DA oraz dwóch liniach niwelacyjnych. Obliczenia dotyczące linii niwelacyjnych zestawiono poniżej, natomiast obliczenia dotyczące ekscentrów ASG-EUPOS oraz punktach EUVN_DA załączono w [Załączniku nr 14].

ID	, EMPIR	₽MOD	EGG08 z	poprawką	A 7	AZnond	AZ non2
reperu	ς	ς	ζ ^{ΜΟD} pop1	ζ ^{MOD} pop2	Δς	Δς ρορ ι	Δς ρορΖ
183-*	ETRF2000	EGG08	bez kor H.	z kor H.	było	bez kor H.	z kor H.
10062	40.8521	40.7801	40.7992	40.8009	7.2	5.3	5.1
30068	40.8776	40.8068	40.8260	40.8277	7.1	5.2	5.0
30069	40.8982	40.8337	40.8530	40.8546	6.4	4.5	4.4
30080	40.9623	40.8996	40.9190	40.9206	6.3	4.3	4.2
30070	41.0605	40.9581	40.9776	40.9793	10.2	8.3	8.1
30043	41.1069	40.9899	41.0095	41.0111	11.7	9.7	9.6
30045	41.1858	41.0778	41.0974	41.0991	10.8	8.8	8.7
30047	41.2885	41.2040	41.2238	41.2254	8.5	6.5	6.3
30081	41.3343	41.2534	41.2732	41.2749	8.1	6.1	5.9
30048	41.4340	41.2889	41.3087	41.3104	14.5	12.5	12.4
30050	41.5178	41.4099	41.4299	41.4315	10.8	8.8	8.6
30053	41.6825	41.5747	41.5948	41.5966	10.8	8.8	8.6
30085	41.8971	41.7773	41.7975	41.7993	12.0	10.0	9.8
30058	42.0032	41.8897	41.9100	41.9118	11.3	9.3	9.1
		błędy śrec	o spostrzeżenia	10.0 cm	8.1 cm	7.9 cm	

Tabela 33 Obliczenia różnic anomalii wysokości na wybranych reperach linii niwelacyjnej Nowy Targ – Zakopane. Zestawiono anomalie wysokości: modelowe, poprawione bez korekty Hausbrandta, poprawione z korektą Hausbrandta. Różnice anomalii wysokości podano w cm [opracowanie własne].

Jak przedstawiono w tabeli nr 33 wartości anomalii wysokości modelu EGG2008, na reperach linii niwelacyjnej Nowy Targ – Zakopane, uległy poprawie, jednakże nie osiągnięto wyższej dokładności niż w przypadku poprawki opartej na punktach EUVN_DA (7.0 cm). Poprawki wprowadzone do modelu EGG2008 na tym obszarze, charakteryzują się stałą wartością wynoszącą średnio -1.9 cm oraz -2.1 cm, odpowiednio dla poprawek nie uwzględniających korekty Hausbrandta oraz poprawek uwzględniających korektę Hausbrandta. Wartość średniego błędu pojedynczego spostrzeżenia uległa zmniejszeniu. Dla modelowych anomalii wysokości powyższy błąd wyniósł 10.0 cm, natomiast po wprowadzeniu poprawek, został zmniejszony odpowiednio do 8.1 cm i 7.9 cm dla poprawki bez i z korektą Hausbrandta. Należy przypomnieć, że model GUGIK2001 osiągnął dokładność na powyższych reperach wynoszącą 8.2 cm, a model GUGIK2011 5.8 cm.

	, EMPIR	" MOD	EGG08 z	poprawką			
ID reperu	ς	ζ	ζ ^{ΜΟD} pop1	<i>ζ^{MOD} pop2</i>	Δς	Δς ρορ1	Δς ρορ2
	ETRF2000	EGG08	bez kor H.	z kor H.	było	bez kor H.	z kor H.
26370053	31.1247	31.0749	31.0748	31.0886	5.0	5.0	3.6
27310011	31.1605	31.1059	31.1058	31.1195	5.5	5.5	4.1
27310014	31.2607	31.1909	31.1908	31.2044	7.0	7.0	5.6
27310015	31.2755	31.2059	31.2058	31.2193	7.0	7.0	5.6
27350022	31.2937	31.2317	31.2317	31.2451	6.2	6.2	4.9
27310018	31.3491	31.2827	31.2827	31.2959	6.6	6.6	5.3
27350032	31.4125	31.3465	31.3465	31.3596	6.6	6.6	5.3
27310097	31.4529	31.3614	31.3613	31.3744	9.1	9.2	7.8
27310098	31.4469	31.3709	31.3708	31.3838	7.6	7.6	6.3
27310026	31.4708	31.3894	31.3893	31.4023	8.1	8.1	6.8
27310028	31.4732	31.4215	31.4214	31.4342	5.2	5.2	3.9
27350033	31.4996	31.4349	31.4348	31.4476	6.5	6.5	5.2
27310029	31.5236	31.4409	31.4408	31.4535	8.3	8.3	7.0
27350034	31.5500	31.4539	31.4538	31.4665	9.6	9.6	8.3
27220073	31.5525	31.4993	31.4992	31.5116	5.3	5.3	4.1
27220074	31.5749	31.5112	31.5111	31.5234	6.4	6.4	5.2
27220075	31.5569	31.5283	31.5283	31.5403	2.9	2.9	1.7
		błędy śrec	Inie pojedynczeg	6.8	6.8	5.6	

Tabela 34 Obliczenia różnic anomalii wysokości na wybranych reperach linii niwelacyjnej Warszawa -Błonie. Zestawiono anomalie wysokości: modelowe, poprawione bez korekty Hausbrandta, poprawione z korektą Hausbrandta. Różnice anomalii wysokości podano w cm [opracowanie własne].

W tabeli 34 zestawiono obliczenia modelowych i poprawionych anomalii wysokości na wybranych reperach linii niwelacyjnej Warszawa – Błonie. Poprawki do modelowych anomalii wysokości nie uwzgledniające korekty Hausbrandta wyniosły 0.0 cm, natomiast uwzgledniające korektę Hausbrandta od -1.4 cm do -1.2 cm. Oznacza to, że dokładność poprawionych anomalii wysokości w oparciu o poprawki nie uwzględniające korekty Hausbrandta nie zmieniła się. Natomiast dla poprawki z korektą Hausbrandta wyniosła 5.6 cm, co odpowiada dokładności uzyskanej po wprowadzeniu poprawek opartych na sieci EUVN_DA z korektą Hausbrandta (również 5.6 cm). Anomalie wysokości modelu GUGIK2001 osiągneły na powyższych reperach bład średni 6.6 cm, a modelu GUGIK2011 4.7 cm. Należy pamiętać, że za tak wysokie błędy średnie pojedynczego spostrzeżenia na tej linii niwelacyjnej odpowiada technika pomiarowa RTK, która wprowadziła niepewne wartości wysokości elipsoidalnych. Podsumowując, poprawki bez korekty Hausbrandta, wyznaczone na punktach sieci EUVN_DA okazały się lepsze, od odpowiadających im poprawek otrzymanych w oparciu o wybrane ekscentry ASG-EUPOS. W przypadku poprawek uwzględniających korektę Hausbrandta, poprawki z EUVN_DA okazały się lepsze na reperach linii Nowy Targ - Zakopane, oraz równe na reperach linii Warszawa -Błonie.

Ogólnopolską charakterystykę dokładności modelu EGG2008 po wprowadzeniu poprawek dokonano na zbiorze 95 ekscentrów sieci ASG-EUPOS oraz 37 punktów sieci EUVN_DA. Na poniższych rysunkach przedstawiono przestrzenny rozkład różnic anomalii wysokości, po lewej stronie bez uwzględnienia korekty Hausbrandta, po lewej stronie z uwzględnieniem korekty Hausbrandta.



Rysunek 28 Przestrzenny rozkład różnic anomalii wysokości pomiędzy wartością empiryczną a modelową z poprawionego modelu EGG08 na ekscentrach ASG-EUPOS. Lewy rysunek, poprawka do EGG08 bez uwzględnienia korekty Hausbrandta, prawy rysunek poprawka z uwzględnieniem korekty Hausbrandta. Cięcie izolinii 1 cm. Nie wzięto pod uwagę ekscentrów NYSA8 oraz PROS8 [opracowanie własne].

Z analiz różnic anomalii wysokości na ekscentrach sieci ASG-EUPOS wyrzucono punkt w Nysie *NYSA8* oraz w Proszowicach *PROS8*, które w poprzednich analizach charakteryzowały się bardzo wysokimi różnicami. Największą różnicę anomalii wysokości, dla anomalii wysokości poprawionych bez uwzględnienia korekty Hausbrandta, otrzymano ponownie na ekscentrze *SIPC8* pod Sierpcem. Wartości ta wyniosła 4.0 cm (3.6 cm dla poprawki opartej na EUVN_DA). Najmniejszą różnice anomalii wysokości otrzymano na ekscentrze w *ZYWI9* pod Żywcem, wyniosła ona -2.7 cm (-3.4 cm dla poprawki na EUVN_DA). W przypadku poprawki uwzględniającej korektę Hausbrandta, najmniejszą wartość różnicy anomalii wysokości otrzymano ponownie na ekscentrze pod Żywcem *ZYWI9*, wynoszącą -3.0 cm. Natomiast największą różnicę anomalii wysokości otrzymano na ekscentrze pod Łomżą *LOMZ8* o wartości 3.6 cm. Obliczenia różnic anomalii wysokości zamieszczono w [*Załączniku nr 14*].



Rysunek 29 Przestrzenny rozkład różnic anomalii wysokości pomiędzy wartością empiryczną a modelową z poprawionego modelu EGG08 na punktach sieci EUVN_DA. Lewy rysunek, poprawka do EGG08 bez uwzględnienia korekty Hausbrandta, prawy rysunek poprawka z uwzględnieniem korekty Hausbrandta. Cięcie izolinii 1 cm. [opracowanie własne].

Następnie powtórzono powyższą analizę na punktach sieci EUVN_DA (rys. nr 29). Największą różnicę anomalii wysokości, dla anomalii wysokości poprawionych bez uwzględnienia korekty Hausbrandta, otrzymano na punkcie *PL112* w Pacanowie. Wartości ta wyniosła 3.7 cm. Najmniejszą różnice anomalii wysokości otrzymano na punkcie *PL134* w Sępólnie Krajeńskim, wyniosła ona -3.3 cm. Punkt w Sępólnie Krajeńskim osiągnął również najniższą wartość różnicy anomalii wysokości po wprowadzeniu poprawki uwzględniającej korektę Hausbrandta, odpowiednio -3.7 cm. Natomiast najwyższą różnicę anomalii wysokości z poprawką oraz korektą Hausbrandta o wartości 3.0 cm, otrzymano na punkcie *PL122* w Łomży. Ponowne otrzymanie najwyższej różnicy anomalii wysokości na punkcie w okolicach Łomży (patrz poprzedni akapit), świadczy o słabej dokładności modelu EGG08 na tym obszarze, bądź co mniej prawdopodobne, o błędach grubych w osnowie wysokościowej. Obliczenia różnic anomalii wysokości zamieszczono w *[Załączniku nr 14].*

Wielkości statystyczne		EGG08		EGG08 pop	rawka bez kor H.	EGG08 poprawka z kor H.	
		ex_ASG	EUVN_DA	ex_ASG	EUVN_DA	ex_ASG	EUVN_DA
Średnia	[cm]	0.9	0.9	1.0	0.7	0.7	0.5
Średnia kwadr.	[cm]	2.0	2.4	1.8	1.9	1.6	1.8
Odchylenie stand.	[cm]	1.8	2.2	1.5	1.8	1.4	1.8

Tabela 35 Analiza wpływu wprowadzenia poprawki opartej na wybranych ekscentrach ASG-EUPOS do modelu EGG08, na dokładność anomalii wysokości na ekscentrach sieci ASG-EUPOS [opracowanie własne].

W tabeli 35 zamieszczono zbiorczą statystykę różnic anomalii wysokości otrzymanych dla: surowego modelu EGG2008 (kolumna EGG08), modelu EGG2008 uwzględniającego poprawkę bez korekty Hausbrandta, modelu EGG2008 uwzględniającego poprawkę z korektą Hausbrandta. Otrzymane średnie błędy pojedynczego spostrzeżenia (utożsamione ze średnimi kwadratowymi) są dla obu sieci podobne, zarówno dla poprawek bez korekty Hausbrandta (1.8 cm – 1.9 cm) jak i dla poprawek z korektą Hausbrandta (1.6 cm – 1.8 cm). Należy jednak pamiętać o różnicach w wysokościach normalnych punktów EUVN_DA w układzie EVRF2007. W tym miejscu trzeba orzec, że transformacja na punktach EUVN_DA wykazała wyższą dokładność poprawionych anomalii wysokości modelu EGG08, odpowiednio 1.5 cm dla poprawki bez korekty oraz 1.3 cm dla poprawki z korektą Hausbrandta. Nie skreśla to samej idei wykorzystania niektórych ekscentrów sieci ASG-EUPOS, jako punktów łącznych, w transformacjach mających na celu poprawę dokładności modelu EGG08. Nie zaprzecza to również, istnieniu konfiguracji ekscentrów ASG-EUPOS, które wykorzystane jak punkty łączne, pozwoliłyby na osiągnięcie większej dokładności modelu EGG08. Jednakże, kwestia odszukania odpowiedniego zbioru punktów łącznych nie będzie już poruszana w tejże pracy dyplomowej.

Na zakończenie działu dotyczącego implementacji modelu EGG08 w układ ETRF2000 należy stwierdzić, że powierzchnia quasi-geoidy modelu EGG2008 jest bardzo dokładna i nie należy jej lokalnie zaburzać poprzez wykorzystanie poprawek uzbrojonych w korekty Hausbrandta. Dlatego też, jako ostateczne rozwiązanie, mające na celu poprawę dokładności modelu EGG2008 na obszarze Polski, zostanie wybrany rozkład poprawek wynikających z samych parametrów transformacji. Tym samym, jako ostateczne rozwiązanie przyjęto parametry transformacji otrzymane na punktach EUVN DA (tabela 27), które pozwalają na uzyskanie błędu średniego pojedynczego spostrzeżenia na sieci ekscentrów ASG-EUPOS równego 1.5 cm.

9.2 Implementacja modelu EGG2008 w układzie ETRF1989

W poprzednim rozdziale zaproponowano rozwiązanie, które zwiększa dokładność anomalii wysokości modelu EGG2008 w układzie ETRF2000 (e. 2011.0). Zgodnie z rozporządzeniem Rady Ministrów w sprawie państwowego systemu odniesień przestrzennych, z 15 października 2012 roku, na obszarze Polski oficjalnie obowiązują dwa układy odniesienia, będące matematyczną i fizyczną realizacją systemu ETRS89. Są nimi układy ETRF2000 oraz ETRF1989. Dlatego też, w tym rozdziale zostanie przedstawiona poprawka do modelu quasi-geoidy EGG08, pozwalająca na wykorzystanie tegoż modelu w układzie ETRF89.

W celu osiągnięcia tego zadania, rozważy się trzy koncepcje:

- 1. wertykalne przesunięcie modelu EGG2008, bez wprowadzania jakichkolwiek przekształceń;
- 2. wertykalne przesunięcie modelu EGG2008 oraz wpasowanie w grupę punktów reprezentatywnych;
- 3. przetransformowanie siatki kwadratów poprawionego modelu EGG08 z układu ETRF2000 do układu ETRF1989.

9.2.1 Wertykalne przesunięcie powierzchni quasi-geoidy

Jak przedstawiono w rozdziale 7.3, anomalie wysokości modelu EGG2008 charakteryzuja się systematyczną różnicą, względem empirycznych anomalii wysokości obliczonych w układzie ETRF89. Zjawisko to ilustruje rysunek 15. W celu jak najmniejszej ingerencji w powierzchnię quasi-geoidy modelu EGG2008, pierwsza próba zmniejszenia różnic anomalii wysokości będzie polegała na zniwelowaniu tych systematycznych różnic poprzez wertykalne przesunięcie powierzchni guasi-geoidy EGG08. Obliczenia rozpoczeto od wyznaczenia średnich wartości różnic anomalii wysokości dla sieci EUVN DA oraz ekscentrów ASG-EUPOS. Obliczenia zawarto w [Załączniku nr 15]. Otrzymano średnia wartość różnicy anomalii wysokości dla ekscentrów ASG-EUPOS równa 7.5 cm. Natomiast dla sieci EUVN DA średnia ta wyniosła 4.2 cm. Jak zostało to przedstawione w rozdziale 7.3, źródło takiej różnicy w średnich wartościach różnic anomalii wysokości, może wynikać z błędów transformacji (w programie *trans etrf 2*). W badaniach nad dokładnościa modelu GUGIK2001, wykorzystywano współrzędne ekscentrów ASG-EUPOS w układzie ETRF89, a następnie dokonano transformacji w oparciu o sieć EUVN do układu ITRF96. Jak było to wcześniej omawiane, błędne współrzędne w układzie ETRF89 winny obarczyć podobnymi błędami współrzędne w układzie ITRF96. Jednakże nie otrzymano tak dużej różnicy pomiędzy siecią EUVN, a ekscentrami ASG-EUPOS w układzie ITRF96.

Tabela 35 Charakterystyka statystyczna różnic anomalii wysokości otrzymanych na sieci EUVN_DA oraz ekscentrach ASG-EUPOS, po wertykalnym przesunięciu powierzchni quasi-geoidy modelu EGG2008 [opracowanie własne].

	ex_ASG				EUVN_DA			
	m_0	średnia	min	тах	m_0	średnia	min	тах
surowy model EGG2008	8.1 cm	7.5 cm	1.3 cm	13.8 cm	4.6 cm	4.2 cm	1.0 cm	8.1 cm
model EGG08 przesunięty wertykalnie o 4.2 cm (średnią otrzymaną na punktach sieci EUVN)	4.4 cm	3.3 cm	-2.9 cm	9.5 cm	1.9 cm	0.0 cm	-3.2 cm	3.9 cm
model EGG08 przesunięty wertykalnie o 7.5 cm (średnią otrzymaną na ekscentrach ASG-EUPOS)	2.9 cm	0.0 cm	-6.2 cm	6.2 cm	3.8 cm	-3.3 cm	-6.5 cm	0.6 cm
model EGG08 przesunięty wertykalnie o 5.9 cm (średnią otrzymaną na obu sieciach)	3.3 cm	1.6 cm	-4.6 cm	7.9 cm	2.5 cm	-1.6 cm	-4.9 cm	2.2 cm

Wartości średniego błędu pojedynczego spostrzeżenia, dla surowego modelu EGG2008, wynoszą odpowiednio 8.1 cm dla ekscentrów sieci ASG-EUPOS oraz 4.6 cm dla sieci EUVN_DA. Wynikiem przesunięcia powierzchni quasi-geoidy modelu EGG2008 o wartość 4.2 cm, będącą średnią różnicą anomalii wysokości na punktach sieci EUVN_DA, było zmniejszenie średnich błędów pojedynczego spostrzeżenia do wartości 1.9 cm dla sieci EUVN_DA, oraz do wartości 4.4 cm dla ekscentrów ASG-EUPOS. Podobną operację przeprowadzono, przesuwając powierzchnię quasi-geoidy modelu EGG2008 o wartość 7.5 cm, będącą średnią wartością różnic anomalii wysokości otrzymaną na sieci ASG-EUPOS. W przypadku tego przesunięcia, wartość średniego błędu pojedynczego spostrzeżenia została nieznacznie zmniejszona na punktach sieci EUVN_DA do wartości 3.8 cm, natomiast dla ekscentrów ASG-EUPOS wyniosła 1.9 cm. Należy zwrócić uwagę, że wertykalne przesuwanie powierzchni quasi-geoidy, nie wyruguje wpływu niespójności pomiędzy pomierzonymi w układzie ETRF89 wysokościami elipsoidalnymi sieci EUVN_DA, a przetransformowanymi do układu ETRF89 wysokościami elipsoidalnymi ekscentrów ASG-EUPOS. Dlatego też, należy zadecydować czy do dalszych analiz wykorzystywać jedynie punkty sieci EUVN_DA, czy też przeprowadzać analizy również na ekscentrach ASG-EUPOS.



Rysunek 30 Przestrzenny rozkład różnic anomalii wysokości pomiędzy wartością empiryczną a modelową modelu EGG08 przesuniętego wertykalnie o 5.9 cm. Lewy rysunek przedstawia rozkład oparty na punktach sieci EUVN_DA. Prawy rysunek przedstawia rozkład na ekscentrach ASG-EUPOS. Cięcie izolinii co 1 cm. [opracowanie własne].

Kierując się poprzednio wykonanymi badaniami, np. nad modelem GUGIK2001, który wymagał wysokości elipsoidalnych przedstawionych w układzie ITRF96, postanowiono przeprowadzać analizy biorąc pod uwagę obie sieci: sieć EUVN_DA oraz ekscentry ASG-EUPOS. Przemawiała za tym podobna dokładność modelu GUGIK2001, szacowana na podstawie obu wyżej wymienionych sieci. Dlatego też, postanowiono przesunąć wertykalnie powierzchnię quasi-geoidy modelu EGG08 o wartość 5.9 cm, będącą średnią różnicą anomalii wysokości obliczoną na obu sieciach. Wynikiem wprowadzenia tego przesunięcia, było zmniejszenie średnich błędów pojedynczego spostrzeżenia do wartości 3.3 cm dla ekscentrów ASG-EUPOS oraz do wartości 2.5 cm dla sieci EUVN_DA. Przestrzenny rozkład otrzymanych różnic anomalii wysokości, przedstawiono, oddzielnie dla obu sieci, na rysunku nr 30.

Należy zwrócić uwagę, na bardzo duże podobieństwo rozkładu wartości różnic anomalii wysokości na ekscentrach ASG-EUPOS, przedstawione na rysunku nr 30 (prawy rysunek), z rozkładem otrzymanym w analizie modelu EGG08, w układzie ETRF2000, na ekscentrach ASG-EUPOS (Rysunek 14). Oprócz kilku nieznacznych różnic, na większości obszaru Polski, rozkład

izolinii jest identyczny, jednakże moduły wartości różnic anomalii wysokości mają większe wartości, tzn. zauważalny jest większy wpływ trendu z północnego zachodu na południowy wschód. Jest to widoczne w wartościach różnic anomalii wysokości. Na rysunku 14, w północno zachodniej Polsce omawiane różnice osiągają wartości około -2 cm, natomiast na rysunku 30 na tym obszarze różnice osiągają wartości około -3 cm. Podobne zjawisko można zaobserwować na obszarze południowo wschodniej Polski, na rysunku 14 różnice anomalii wysokości mają wartości około 2-3 cm, natomiast na rysunku 30 w tej części Polski otrzymano wartości od 3 cm do 5 cm. Rozkładu na punktach sieci EUVN nie można porównywać w ten sposób, ponieważ analizy w układzie ETRF2000 opierały się na zmniejszonym zbiorze punktów oraz były to współrzędne z innej kampanii pomiarowej.

Ostatecznie należy przyjąć, że wprowadzenie stałej poprawki o wartości +5.9 cm do modelowych anomalii wysokości, pozwala modelowi EGG2008 na osiągnięcie dokładności 3.3 cm w układzie ETRF1989.

9.2.2 Transformacja przestrzenna w oparciu o sieć EUVN_DA oraz ekscentry ASG-EUPOS

Jak zostało przedstawione w poprzednim podrozdziale, wertykalne przesunięcie modelu EGG2008 o 5.9 cm, pozwala na osiągnięcie dokładności około trzech centymetrów w układzie ETRF89. Jednakże, operacja podniesienia modelowej powierzchni guasi-geoidy nie rozwiązuje problemów związanych z trendem północny zachód \rightarrow południowy wschód. W części poświęconej wdrożeniu modelu EGG2008 do pracy w układzie ETRF2000, kwestie związane z tym trendem zostały powiązane z istnieniem błędów systematycznych w polskiej osnowie wysokościowej. Wynika z tego potrzeba dostosowania powierzchni grawimetrycznej quasi-geoidy do osnowy wysokościowej. Ze względu na dużą korelację rozkładu izolinii różnić anomalii wysokości (Rysunek 30) po podniesieniu modelu o 5.9 cm, z rozkładem tych różnic na ekscentrach ASG-EUPOS w układzie ETRF2000, można rozpatrywać wprowadzenie poprawki wyznaczonej do wpasowania modelu EGG08 w układ ETRF2000, do wpasowania podniesionego modelu EGG08 w układ ETRF89. Jak zostało wcześniej napisane, zamiarem autora pracy jest jak najmniejsza ingerencja w przebieg powierzchni quasi-geoidy modelu EGG08, dlatego też rozpatruje się tutaj poprawki wynikające ze współczynników transformacji z odrzuceniem korekt post-transformacyjnych Hausbrandta. Rozkład poprawek do modelu EGG08 w układzie ETRF2000 przedstawia rysunek 24.

Biorąc pod uwagę, dążenie do wyrugowania trendu w różnicach anomalii wysokości, bez ingerencji w model EGG08 (poprzez wykorzystanie korekty Hausbrandta), zdecydowano się wyznaczyć współczynniki transformacji w oparciu o ekscentry ASG-EUPOS oraz sieć EUVN_DA. Ze zbioru ekscentrów ASG-EUPOS nie zostały wykorzystane ekscentry, które w poprzednich rozdziałach zostały zakwalifikowane jako punkty obarczone błędami pomiarowymi. Są to ekscentry: *PROS8* w Proszowicach, *NYSA8* w Nysie. Brano również pod uwagę wyrzucenie ekscentrów w Żywcu *ZYWI8/ZYWI9*, jednakże w zbiorze punktów EUVN_DA, punkt w Skoczowie *PL152*, charakteryzuje się podobnym spadkiem wartości różnicy anomalii wysokości. Dlatego stwierdzono, że ekscentry w Żywcu mogą nie być obarczone błędami pomiarowymi, a powtarzające się różnice pomiędzy modelem EGG08 a punktami satelitarno-niwelacyjnymi na tym obszarze, wynikają z innej przyczyny.

Wyznaczenie współczynników transformacji przestrzennej, traktowanych jako poprawka do modelu EGG2008, wykonano na 52 punktach EUVN_DA oraz 107 ekscentrach sieci ASG-EUPOS. Wykorzystanie wszystkich możliwych punktów satelitarno-niwelacyjnych jako punktów łącznych, pozwoli na jak najlepsze, dla obu sieci, zamodelowanie omówionego trendu.

Takie podejście nie skreśla, użycia wykorzystanych punktów satelitarno-niwelacyjnych do przeprowadzenia badań nad dokładnością poprawionego modelu EGG08. Ponieważ model EGG08 nie jest w nie "wciskany", to punkty te, służą jedynie do wyznaczenia kątów nachylenia powierzchni quasi-geoidy.

Wyznaczone parametry transformacji zamieszczono w tabeli nr 36. Parametry te odnoszą się do biegunów transformacji, którymi były punkty o współrzędnych: dla układu pierwotnego X= 3694821.66267, Y= 1308506.97549, Z= 5009451.69678 oraz dla układu wtórnego X= 3694821.69975, Y= 1308506.98901, Z= 5009451.74688. Otrzymano błąd transformacji o wartości μ_t = 0.0176 *m* oraz błąd średni jednostkowy dla współrzędnej m_0 = 0.0125 *m*. Średniokwadratowe odchyłki współrzędnych wyniosły odpowiednio δX =0.0081 m, δY =0.0047 m, δZ =0.0169 m. Największe odchyłki na punktach łącznych, otrzymano na punktach sieci EUVN_DA: *PL104* we Włodawie oraz *PL115* w Grybowie. Punkt we Włodawie posiadał odchyłkę wynoszącą 6.3 cm (odpowiednio -3.7 cm dla X, -1.5 cm dla Y oraz -4.9 cm dla Z). Natomiast punkt w Grybowie charakteryzował się odchyłką równą 5.6 cm (odpowiednio -3.3 cm dla X, -1.3 cm dla Y oraz -4.3 cm dla Z). Przyczyny dużych odchyłek na punktach w okolicy Włodawy były już wcześniej omawiane, wynikają one z pogorszenia dokładności modelu EGG08 na tym obszarze, ze względu na wpływ efektu brzegowego.

Tabela 36 Parametry transformacji, wprowadzające poprawkę do modelu EGG2008 w układzie ETR1989. Wyznaczone na podstawie 159 punktów sieci EUVN_DA oraz ekscentrów ASG-EUPOS [opracowanie własne].

	Parametry transformacji						
μ-1	μ-1 9,79E-09						
ε1	-0,01641						
ε2	0,01549	[sek.]					
ε 3	0,00801						
Тx	0,0371						
Ту	0,0135	[m]					
Tz	0,0501						



Rysunek 31 Rozkład poprawki do modelu EGG2008, wpasowującej ów model w układ ETRF1989. Poprawka wyznaczona w oparciu o punkty sieci EUVN_DA oraz ekscentry ASG-EUPOS. Cięcie izolinii co 1 cm [opracowanie własne].

Na rysunku 31 przedstawiono przestrzenny rozkład poprawek do modelu EGG2008, pozwalających na wykorzystanie modeli EGG08 z wysokościami elipsoidalnymi w układzie ETRF89. Tak jak w przypadku poprawki do modelu EGG08 (układ ETF2000), której rozkład jest przedstawiony na rysunku 24, poprawki mają charakter rosnący z północnego zachodu na południowy wschód. Najmniejsze wartości poprawek (północny zachód Polski) osiągnęły wartość 2.1 cm. Natomiast największe osiągnięte wartości poprawek (południowo wschodnia Polska) wynosiły około 11.1 cm. Średnia wartość poprawki wyniosła 6.4 cm, co jest zgodne z wertykalnym przesunięciem powierzchni quasi-geoidy o 5.9 cm, zaproponowanym w poprzednim podrozdziale.

Kontrolę dokładności modelu EGG2008 po wprowadzeniu powyższych korekt, przeprowadzono na ekscentrach sieci ASG-EUPOS oraz sieci EUVN_DA, a także dwóch omawianych wcześniej liniach niwelacyjnych. Obliczenia dotyczące linii niwelacyjnych zestawiono poniżej, natomiast obliczenia dotyczące sieci satelitarno-niwelacyjnych załączono w *[Załączniku nr 16]*. Dodatkowo, w poniższych tabelach zamieszczono kolumny tyczące się wprowadzenia do modelu EGG08 poprawki ze względu na pionowe przesunięcie powierzchni quasi-geoidy (kolumna EGG08 pop1). W celu dokonania obliczeń współrzędne części reperów należało przetransformować do układu ETRF89. Ponieważ repery te miały współrzędne wyrażone w układzie ETRF2000, wykorzystano jedynie program *trans_etrf_2 [Załącznik nr 8]*.

	h ETRF1989	EVRF2007	EGG	08	EGG08	pop1	EGG08	pop2
ID reperu	bezpływowy	zero tide	ζmod	Δ	ζmod	Δ	ζmod	Δ
183-*	[m]	[m]	[m]	[cm]	[m]	[cm]	[m]	[cm]
10062	635.817	594.876	41.018	16.0	41.077	10.1	40.875	6.5
30068	644.159	603.194	41.045	15.9	41.104	10.0	40.902	6.4
30069	649.808	608.821	41.073	15.3	41.132	9.4	40.929	5.7
30080	665.220	624.169	41.145	15.1	41.204	9.2	40.995	5.5
30070	678.236	637.087	41.208	19.1	41.267	13.2	41.054	9.6
30043	687.079	645.885	41.239	20.5	41.298	14.6	41.086	10.9
30045	699.750	658.476	41.325	19.6	41.384	13.7	41.174	10.0
30047	723.295	681.918	41.462	17.3	41.521	11.4	41.300	7.7
30081	727.981	686.558	41.516	16.9	41.575	11.0	41.349	7.4
30048	735.096	693.573	41.554	23.4	41.613	17.5	41.385	13.8
30050	750.984	709.378	41.680	19.7	41.739	13.8	41.506	10.0
30053	781.753	739.981	41.827	19.7	41.886	13.8	41.672	10.0
30085	812.412	770.426	42.050	20.9	42.109	15.0	41.874	11.3
30058	849.175	807.083	42.137	20.3	42.196	14.4	41.987	10.6
błędy śr	ednie poj. spos	strzeżenia	18.7	ст	12.9	ст	9.3 c	em 🛛

Tabela 37 Obliczenia różnic anomalii wysokości na wybranych reperach linii niwelacyjnej Nowy Targ – Zakopane. Obliczenia przeprowadzono w układzie ETRF1989. Pierwsza poprawka dotyczy pionowego przesunięcia powierzchni quasi-geoidy o +5.9 cm. Druga poprawka dotyczy wielkości wprowadzonej na podstawie parametrów transformacji wyznaczonych w tym rozdziale.

Tabela 38 Obliczenia różnic anomalii wysokości na wybranych reperach linii niwelacyjnej Warszawa -Błonie. Obliczenia przeprowadzono w układzie ETRF1989. Pierwsza poprawka dotyczy pionowego przesunięcia powierzchni quasi-geoidy o +5.9 cm. Druga poprawka dotyczy wielkości wprowadzonej na podstawie parametrów transformacji wyznaczonych w tym rozdziale.

	h ETRF1989 EVRF2007 EGG08		EGG08	pop1	EGG08 pop2			
ID reperu	bezpływowy	zero tide	ζmod	Δ	ζmod	Δ	ζmod	Δ
	[m]	[m]	[m]	[cm]	[m]	[cm]	[m]	[cm]
26370053	145.68	114.4830	31.075	12.0	31.134	6.1	31.144	5.1
27310011	147.10	115.8672	31.106	12.5	31.165	6.6	31.175	5.5
27310014	142.60	111.2672	31.191	14.0	31.250	8.1	31.260	7.1
27310015	140.57	109.2223	31.206	14.0	31.265	8.1	31.275	7.1
27350022	139.46	108.0943	31.232	13.2	31.291	7.3	31.301	6.3
27310018	135.86	104.4389	31.283	13.6	31.342	7.7	31.352	6.7
27350032	129.73	98.2457	31.347	13.6	31.406	7.7	31.416	6.6
27310097	129.96	98.4353	31.361	16.1	31.420	10.2	31.430	9.3
27310098	128.65	97.1313	31.371	14.6	31.430	8.7	31.440	7.7
27310026	126.34	94.7975	31.389	15.1	31.448	9.2	31.457	8.3
27310028	123.61	92.0652	31.422	12.1	31.481	6.2	31.490	5.2
27350033	124.44	92.8688	31.435	13.4	31.494	7.5	31.503	6.6
27310029	124.62	93.0248	31.441	15.2	31.500	9.3	31.509	8.4
27350034	123.64	92.0184	31.454	16.5	31.513	10.6	31.522	9.7
27220073	123.86	92.2360	31.499	12.2	31.558	6.3	31.567	5.5
27220074	122.15	90.5036	31.511	13.3	31.570	7.4	31.579	6.5
27220075	121.71	90.0817	31.528	9.8	31.587	3.9	31.596	3.0
błędy średnie poj. spostrzeżenia		13.7	cm	7.9 c	m	6.9 c	m	

Jak przedstawiono w tabeli 37, błąd pojedynczego spostrzeżenia, niepoprawionego modelu EGG08, na wybranych reperach linii Nowy Targ – Zakopane wyniósł 18.7 cm. Pionowe przesunięcie powierzchni quasi-geoidy o 5.9 cm zmniejszyło ów błąd do wartości 12.9 cm. Natomiast wprowadzenie poprawki opartej na transformacji przestrzennej zmniejszyło omawiany błąd do wartości 9.3 cm. Należy przypomnieć, że ostatecznie przyjęta poprawka do modelu EGG2008 w układzie ETRF2000, zmniejszyła błąd pojedynczego spostrzeżenia na tychże reperach z wartości 10.0 cm na 8.1 cm.

W tabeli 38 zamieszczono obliczenia różnic anomalii wysokości, pomiędzy wartościami empirycznymi w układzie ETRF89, a wartościami modelowymi EGG2008, dla wybranych reperów linii niwelacyjnej Warszawa - Błonie. Wartość średniego błędu pojedynczego spostrzeżenia dla niepoprawionego modelu EGG08 wyniosła 13.7 cm (w układzie ETRF2000 odpowiednio 6.8 cm). Wprowadzenie pierwszej poprawki opartej na przesunięciu powierzchni quasi-geoidy zmniejszyło ten błąd do wartości 7.9 cm. Natomiast wprowadzenie drugiej poprawki, opartej na parametrach transformacji, zmniejszyło go do wartości 6.9 cm. Jest to wartość odpowiadająca wartości tegoż błędu modelu EGG2008, na tychże reperach, w układzie ETRF2000 po wprowadzeniu wybranej poprawki, odpowiednio 6.8 cm. Po raz kolejny należy podkreślić niską dokładność wysokości elipsoidalnych, pomierzonych na wybranych reperach linii niwelacyjnej Warszawa – Błonie. Dlatego też otrzymane błędy średnie należy traktować względnie. Ogólnopolską charakterystykę dokładności modelu EGG2008 w układzie ETRF1989, po wprowadzeniu poprawki opartej na transformacji przestrzennej, dokonano na zbiorze 107 ekscentrów sieci ASG-EUPOS oraz 52 punktach sieci EUVN_DA.

Na poniższych rysunkach przedstawiono przestrzenny rozkład różnic anomalii wysokości, po wprowadzeniu poprawki opartej na parametrach transformacji. Na lewym rysunku zaprezentowano omawiany rozkład na punktach sieci EUVN_DA, natomiast na prawym rysunku na ekscentrach sieci ASG-EUPOS.



Rysunek 32 Przestrzenne rozkłady różnic anomalii wysokości, pomiędzy wartościami empirycznymi (w układzie ETRF1989) a modelowymi modelu EGG08 z uwzględnieniem poprawki opartej na parametrach transformacji na sieci EUVN_DA i ekscentrach ASG-EUPOS. Lewy rysunek, rozkład na sieci EUVN_DA. Prawy rysunek, rozkład na ekscentrach ASG-EUPOS. Cięcie izolinii co 1 cm. Nie wzięto pod uwagę ekscentrów NYSA8 oraz PROS8 [opracowanie własne].

Z analiz różnic anomalii wysokości na ekscentrach sieci ASG-EUPOS wyrzucono punkt w Nysie NYSA8 oraz w Proszowicach PROS8, które w poprzednich analizach charakteryzowały sie bardzo wysokimi różnicami. Największe wartości różnicy anomalii wysokości na ekscentrach ASG-EUPOS, otrzymano na punktach: SIPC8 w Sierpcu (4.0 cm) oraz HOZD8 w Horyńcu-Zdroju (3.6 cm). Natomiast na punktach sieci EUVN DA: *PL123* w Sierpcu (1.7 cm) oraz *PL136* w Chojnie (0.7 cm). Najwyższa wartość różnicy anomalii wysokości na punktach zlokalizowanych w okolicy Sierpca, która wyróżniała się również w poprzednich analizach (np. w układzie ETRF2000) może świadczyć o błędach na tamtym obszarze. Należy pamiętać, że są to punkty których pomiar był wykonywany w dwóch różnych kampaniach pomiarowych, oddzielonych o około 10 lat. Dlatego też, źródła tych różnic można dopatrywać sie w lokalnych błedach grawimetrycznego modelu EGG2008 lub w lokalnych błedach wysokościowej osnowy podstawowej. Najniższe wartości różnicy anomalii wysokości na ekscentrach ASG-EUPOS, otrzymano na punktach: WLDW8 we Włodawie (-2.9 cm) oraz HAJN8 w Hajnówce (-1.9 cm). Jak było to wcześniej opisywane, zakłada się, że powyższe wartości są wynikiem efektu brzegowego modelu EGG2008, wynikającego ze słabej jakości materiału grawimetrycznego z obszaru państw wschodnich. Natomiast najniższe wartości różnicy anomalii wysokości otrzymano na punktach EUVN DA: PL104 we Włodawie (-6.3 cm) oraz PL115 w Grybowie (-5.6 cm). Obliczenia różnic anomalii wysokości modelu EGG2008, po wprowadzeniu poprawki wynikającej z parametrów transformacji, zamieszczono w [Załączniku nr 16].

Tabela 39 Analiza wpływu wprowadzenia poprawek do modelu EGG08 w układzie ETRF89. Poprawka 1 odnosi się do wertykalnego przesunięcia powierzchni quasi-geoidy o 5.9 cm, natomiast poprawka 2 odnosi się do wielkości otrzymanych z parametrów transformacji [opracowanie własne].

Wielkości statystyczne		EGG08 (ETRF1989)		EGG08 + poprawka 1		EGG08 + poprawka 2	
		ex_ASG	EUVN_DA	ex_ASG	EUVN_DA	ex_ASG	EUVN_DA
Średnia	[cm]	7.5	4.2	1.7	-1.7	1.0	-2.1
Średnia kwadr.	[cm]	8.1	4.6	2.5	3.3	1.8	2.8
Odchylenie stand.	[cm]	2.9	1.9	2.9	1.9	1.4	1.8

W powyższej tabeli zamieszczono wielkości statystyczne opisujące wyniki wdrożenia modelu EGG2008 na obszarze Polski, w układzie ETRF1989 e. 1989.0. Tak jak zostało przedstawione na początku niniejszego rozdziału, istnieje niespójność wysokości elipsoidalnych w układzie ETRF89, pomiędzy punktami EUVN_DA (wysokości elips. z pomiaru), a ekscentrami ASG-EUPOS (wysokości elips. z transformacji). Niespójność ta jest widoczna w powyżej zamieszczonym podsumowaniu. Wprowadzając poprawkę opartą na parametrach transformacji (tabela 36), otrzymano na ekscentrach ASG-EUPOS, średni błąd pojedynczego spostrzeżenia modelu EGG08 zmniejszony o 450%. Dokładność surowego modelu EGG08 na ekscentrach ASG-EUPOS, w układzie ETRF89, wynosiła 8.1 cm, a po wprowadzeniu niniejszej poprawki wzrosła do 1.8 cm. W przypadku punktów sieci EUVN_DA, średni błąd pojedynczego spostrzeżenia został zmniejszony o 160%, tj. z wartości 4.6 cm dla surowego modelu, na 2.8 cm dla modelu po wprowadzeniu poprawki.

Na początku tego działu, rozpatrywano trzecią możliwość poprawy dokładności modelu EGG08 w układzie ETRF1989. Było nią przetransformowanie siatki kwadratów o zdanej rozdzielczości poprawionego modelu EGG2008 z układu ETRF2000 (rozdział 9.1) do układu ETRF1989. Podobne podejście zastosował już Kadaj w modelach z rodziny Geoidpol2008 *(Kadaj, 2013)*, w modelu GUGIK2011. Postanowiono jednak, nie rozpatrywać takiego wdrożenia modelu EGG08 w układzie ETRF89 w tejże pracy dyplomowej.

Podsumowując, implementacja modelu EGG08 do wykorzystania w układzie ETRF89, na obszarze Polski, osiągnęła satysfakcjonujące dokładności. Proponuje się wykorzystywać poprawkę do modelu EGG08, wyznaczoną w oparciu o parametry transformacji na punktach EUVN_DA i ekscentrach ASG-EUPOS. <u>Wykorzystanie tejże poprawki pozwala na osiągnięcie</u> błędu średniego pojedynczego spostrzeżenia anomalii wysokości, równego 1.8 cm dla ekscentrów ASG-EUPOS oraz 2.8 cm dla punktów sieci EUVN_DA. Można zatem przyjąć, że poprawka ta ustala dokładność modelu EGG08 w układzie ETRF89 na 2.8 cm. Należy pamiętać, że układ ETRF89 jest starą realizacją systemu ETRS89¹⁴, która z dzisiejszej perspektywy nie jest wystarczająco dokładna. Dlatego też, w niniejszej pracy, głównie rozpatrywano implementację modelu EGG2008 w układzie ETRF2000.

¹⁴ ETRS89 – ang. European Terrestrial Reference System 1989.

10 Wdrożenie poprawki do modelu EGG2008

W dziale 9, wprowadzono poprawki do modelu EGG2008, których wynikiem był wzrost dokładności tegoż modelu:

- w układzie ETRF2000 z 2.0 cm na 1.5 cm;
- w układzie ETRF1989 z 7.5 cm na 2.8 cm.

Poprawki te przedstawiono w formie parametrów transformacji 7-parametrowych, dla danych biegunów transformacji. W obu przypadkach parametr skali był zaniedbywalny.

Tabela 40 Zestawienie parametrów transformacji, wprowadzających wyznaczone poprawki do modelu EGG2008 [opracowanie własne].

Param	etry	ETRI	-2000	ETRI	=1989	
μ-1	1	1.10	E-09	9.79E-09		
ε1		-0.01	403 "	-0.01641 "		
£ 2		0.01	197 "	0.01	549 "	
£ 3		0.00	716 "	0.00	801 "	
Тх	[0.00	52 m	0.0371 m		
Ту	,	0.00)22m	0.0135 m		
Tz	!	0.00	67 m	0.0501 m		
, ncji		układ pierwotny	układ wtórny	układ pierwotny	układ wtórny	
juny rma	X	3711338.00967 3711338.01483		3694821.66267 3694821.699		
Bieç nsfc	Y	1340587.00666 1340587.00883		1308506.97549	1308506.98901	
tra	Ζ	4989175.49851	4989175.5052	5009451.69678	5009451.74688	

Ostatnim etapem pracy, było zaproponowanie poprawki do modelu EGG2008 w formie funkcji współrzędnych geodezyjnych φ , λ :

59)
$$\Delta \zeta^{EGG08}(\mu, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, T_X, T_Y, T_Z) \to \Delta \zeta^{EGG08}(\varphi, \lambda) \quad .$$

Przesłanką dla takiego wprowadzania poprawek modelu EGG2008 było ułatwienie dostępu dla mniej zaawansowanych użytkowników. Poprawka w formie $\Delta \zeta^{EGG08}(\varphi, \lambda)$ ma na celu zwolnienie użytkowników z wymogu przeliczania współrzędnych geodezyjnych φ, λ, ζ do układu geocentrycznego XYZ, wykonania transformacji i ponownego przeliczenia na współrzędne elipsoidalne φ, λ, ζ' . Wykorzystano następujący model poprawki, w formie współrzędnych geodezyjnych φ, λ (*Kotsakis, 2012*):

60)
$$A^{T}X = x_{0} + \Delta x \cos \varphi_{i} \cos \lambda_{i} + \Delta y \cos \varphi_{i} \sin \lambda_{i} + \Delta z \sin \varphi_{i} \quad gdzie_{i}$$

$$X^T = [x_0, \Delta x, \Delta y, \Delta z]$$

Układ równań obserwacyjnych zawierał 41480 równań, jedno dla każdego reperu podstawowej osnowy wysokościowej kraju. Wyznaczenia wektora niewiadomych *X* dokonano metodą najmniejszych kwadratów. Jako wyrazów wolnych użyto wartości poprawki do modelu EGG2008 na danym reperze:

$$A^T X - \Delta \zeta^{EGG08} = 0 \quad ,$$

$$X = (A^T A)^{-1} \cdot A^T \Delta \zeta^{EGG08}$$

Poprawka w układzie ETRF2000

W celu wyznaczenia współczynników równania 62 $x_0, \Delta x, \Delta y, \Delta z$ poprawki modelu EGG2008, zwiększającej dokładność modelu w układzie ETRF2000, wykorzystano jako wyrazów wolnych wartości tejże poprawki na poszczególnych reperach osnowy wysokościowej. Układ równań obserwacyjnych oraz poszczególne etapy obliczeń zestawiono w [Załączniku nr 17].

Tabela 41 Układ równań normalnych. Obliczenia współczynników równania poprawki do modelu EGG08w układzie ETRF2000 [opracowanie własne].

x ₀	Δx	Δy	Δz	$A^T \Delta \zeta^{EGG08}$
1020102948821	62385358.9837	19666925.6155	82622710.3470	123252.2714
62385358.9837	13991.4460	4889.9948	18957.8144	126.1051
19666925.6155	4889.9948	1741.6214	6629.2905	58.3962
82622710.3470	18957.8144	6629.2905	25746.9326	154.6352

W tabeli nr 41 przedstawiono układ równań normalnych (macierz $A^T A$ oraz $A^T \Delta \zeta^{EGG08}$) do obliczeń poprawki do układu ETRF2000.

Tabela 42 *Macierz wariancyjno-kowariancyjna* $(A^T A)^{-1}$ [opracowanie własne].

X 0	Δx	Δy	Δz
0.0000000000180	-0.00000011612263	0.00000011271691	0.00000005069545
-0.00000011612263	0.04043822262334	-0.01557497513492	-0.02539234205651
0.00000011271691	-0.01557497513492	0.03794756538494	0.00133565717611
0.0000005069545	-0.02539234205651	0.00133565717611	0.01822897746245

Tabela nr 42 przedstawia macierz wariancyjno-kowariancyjną wykorzystaną do obliczenia niewiadomych.

Tabela 43 Wektor wyrównanych niewiadomych, obliczony metodą najmniejszych kwadratów [opracowanie
własne].

X ^{ETRF2000}					
X 0	7.98911E-11				
Δx	0.24908				
Δy	0.47234				
Δz	-0.29902				

W powyższej tabeli zamieszczono ostateczne wartości niewiadomych, uzyskane z wyrównania metodą najmniejszych kwadratów. Kontrolę przeprowadzono, obliczając wartości poprawek na podstawie równania nr 62 oraz współczynników zamieszczonych w tabeli nr 43 *[Załącznik nr 17]*. Zaniedbując w równaniu współczynnik \mathbf{x}_0 oraz wykorzystując pięć cyfr znaczących współczynników Δx , Δy , Δz otrzymano błąd pojedynczego spostrzeżenia, na 41480 reperach, równy 0.04 mm.

64) $\Delta \zeta^{EGG08} = 0.24908 \cos \varphi_i \cos \lambda_i + 0.47234 \cos \varphi_i \sin \lambda_i - 0.29902 \sin \varphi_i .$

Tak niska wartość średniego błędu pojedynczego spostrzeżenia, świadczy o możliwości zamiennego wykorzystywania sposobów wprowadzenia poprawki do modelu EGG2008. Zarówno poprzez parametry transformacji przestrzennej $\Delta \zeta^{EGG08}(\mu, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, T_X, T_Y, T_Z)$ jak i funkcję współrzędnych geodezyjnych $\Delta \zeta^{EGG08}(\varphi, \lambda)$. Bez utraty dokładności. Ostateczną formę poprawki do modelu EGG2008, zwiększającą jego dokładność w układzie ETRF2000, na obszarze Polski, prezentuje równanie nr 64.

Poprawka w układzie ETRF1989

Drugie wyrównanie układu równań obserwacyjnych, przeprowadzono wykorzystując jako wyrazy wolne, wartości poprawek do modelu EGG08, zwiększające jego dokładność w układzie ETRF1989. Układ równań obserwacyjnych oraz obliczenia zamieszczono w [Załączniku nr 17]. Poszczególne etapy obliczeń przeprowadzono, tak samo, jak w poprzedniej części.

Tabela 44 Układ równań normalnych. Obliczenia współczynników równania poprawki do modelu EGG08w układzie ETRF1989 [opracowanie własne].

X 0	Δx	Δy	Δz	$A^T \Delta \zeta^{EGG08}$
1020102948821	62385358.9837	19666925.6155	82622710.3470	6369492.7870
62385358.9837	13991.4460	4889.9948	18957.8144	1554.5453
19666925.6155	4889.9948	1741.6214	6629.2905	560.3071
82622710.3470	18957.8144	6629.2905	25746.9326	2088.5270

Tabela 45 *Macierz wariancyjno-kowariancyjna* $(A^{T}A)^{-1}$ [opracowanie własne].

X 0	Δx	Δy	Δz
0.00000000000180	-0.00000011612263	0.00000011271691	0.00000005069545
-0.00000011612263	0.04043822262334	-0.01557497513492	-0.02539234205651
0.00000011271691	-0.01557497513492	0.03794756538494	0.00133565717611
0.00000005069545	-0.02539234205651	0.00133565717611	0.01822897746245

Tabela 46 Wektor wyrównanych niewiadomych, obliczony metodą najmniejszych kwadratów [opracowanie własne].

X ¹⁹⁸⁹		
x ₀	-5.62054E-10	
Δx	0.36405	
Δy	0.55779	
Δz	-0.33055	

W powyższej tabeli zamieszczono ostateczne wartości niewiadomych, uzyskane z wyrównania metodą najmniejszych kwadratów. Kontrolę przeprowadzono, obliczając wartości poprawek na podstawie równania nr 62 oraz współczynników zamieszczonych w tabeli nr 46 [Załącznik nr 17]. Zaniedbując w równaniu współczynnik \mathbf{x}_0 oraz wykorzystując pięć cyfr znaczących współczynników Δx , Δy , Δz otrzymano błąd pojedynczego spostrzeżenia, na 41480 reperach, równy 0.05 mm.

65)
$$\Delta \zeta^{EGG08} = 0.36405 \cos \varphi_i \cos \lambda_i + 0.55779 \cos \varphi_i \sin \lambda_i - 0.33055 \sin \varphi_i$$

Tak niska wartość średniego błędu pojedynczego spostrzeżenia, świadczy o możliwości zamiennego wykorzystywania sposobów wprowadzenia poprawki do modelu EGG2008. Zarówno poprzez parametry transformacji przestrzennej $\Delta \zeta^{EGG08}(\mu, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, T_X, T_Y, T_Z)$ jak i funkcję współrzędnych geodezyjnych $\Delta \zeta^{EGG08}(\varphi, \lambda)$. Bez utraty dokładności. Ostateczną formę poprawki do modelu EGG2008, zwiększającą jego dokładność w układzie ETRF1989, na obszarze Polski, prezentuje równanie nr 65.

10 Podsumowanie

Model Europejskiej Quasi-geoidy Grawimetrycznej EGG2008 jest wysoko dokładnym, czysto grawimetrycznym modelem, reprezentującym przebieg quasi-geoidy na obszarze Europy. W przeciwieństwie do obu polskich modeli "Geoidy Niwelacyjnej GUGIK2001" oraz "Geoidy Niwelacyjnej GUGIK2011", model EGG08 nie został wpasowany w punkty sieci satelitarnoniwelacyjnych. Jedyną ingerencją autorów, było wertykalne przesunięcie powierzchni utworzonej quasi-geoidy o +0.300 m. Przesłanką takiego przesunięcia, był brak równości pomiędzy potencjałem rzeczywistym pola siły ciężkości w punkcie NAP, a potencjałem geoidy $W_0^{NAP} \neq W_0$. Konkluzją tego przesunięcia było uznanie spójności, pomiędzy modelem EGG2008 a europejskim układem odniesienia wysokości EVRF2007. Należy zauważyć, że zaproponowanie innej wartości przesunięcia oraz uwzględnienie systemu pływowego, pozwoli na wykorzystanie powierzchni quasi-geoidy modelu EGG2008 z innymi układami odniesienia wysokości.

Dokładne modele quasi-geoid, pozostające niezależnymi względem precyzyjnych sieci niwelacyjnych, otwierają nowe możliwości badań. Pozwalają bowiem, na analizy wzajemnej poprawności, zarówno modelowego przebiegu quasi-geoidy jak i wysokości reperów osnów wysokościowych. Rozpatrując różnice modelowych i empirycznych anomalii wysokości, można wskazać poszczególne punkty satelitarno-niwelacyjne, a nawet obszary obarczone nieścisłościami, które mogą wynikać z:

- błędów systematycznych w wysokościach normalnych reperów osnowy wysokościowej (efekt wielkoobszarowy), przy założeniu wysokiej dokładności modelu quasi-geoidy, wysokości elipsoidalnej oraz poprawnego nawiązania do sieci wysokościowej;
- błędów w danych katalogowych punktów satelitarnych, np.: błędów pomiarowych popełnionych podczas przenoszenia wysokości normalnej na punkt pomiarowy lub pomiaru wysokości anteny GNSS nad punktem pomiarowym (efekt lokalny), przy założeniu poprawności modelu quasi-geoidy oraz osnowy wysokościowej;
- błędów w przebiegu quasi-geoidy, przy czym zazwyczaj błędność ta dotyczy wpływu efektu brzegowego lub niskiej dokładności modelu quasi-geoidy na obszarze górskim, przy założeniu poprawności osnowy wysokościowej oraz katalogowych danych punktów satelitarno-niwelacyjnych.

W powyższym kontekście, przeprowadzono badania nad różnicami modelowych i empirycznych anomalii wysokości. Jako że nie był to główny obszar badań w pracy, problematyka ta nie została całkowicie wyczerpana i zaleca się kontunuowanie badań w tym zakresie. Można jednak przedstawić obszary i punkty, charakteryzujące się wyżej wymienionymi cechami. Przykładem wielkoobszarowej nieścisłości pomiędzy modelem EGG2008 a osnową wysokościową jest ogólnopolski trend z północnego zachodu na południowy wschód. Zakłada się, że jego główną przyczyną są błędy systematyczne w Polskiej osnowie wysokościowej, które wprowadzają niewielki kąt nachylenia całej sieci. Przykładem lokalnych nieścisłości są niektóre ekscentry sieci ASG-EUPOS, np.: *PROS8* koło Proszowic, *NYSA8* pod Nysą lub *ZYWI8* w Żywcu. Ekscentry te charakteryzują się lokalnym zaburzeniem wartości różnicy anomalii wysokości, które najprawdopodobniej są wynikiem błędów pomiarowych. Przykładem błędnego przebiegu powierzchni quasi-geoidy modelu EGG2008 jest obszar wzdłuż wschodniej granicy Polski. Błędność ta jest wynikiem niskiej jakości materiału grawimetrycznego z obszaru Białorusi i Ukrainy.

W niniejszej pracy, badania rozpoczęto od analizy dokładnościowej aktualnie dostępnych modeli quasi-geoidy z obszaru Polski, to jest, modelu GUGIK2001, GUGIK2011 oraz EGG2008. Badania te pokazały, jak ważne jest wykorzystywanie poprawnego układu odniesienia wysokości elipsoidalnych, podczas użycia modeli opartych na wpasowaniu w punkty satelitarno-niwelacyjne (GUGIK2001 oraz GUGIK2011). Dokładność modelu GUGIK2001 w układzie ITRF96 na epokę 1997.4, oszacowana w oparciu o 109 ekscentrów ASG-EUPOS na 2.6 cm.

Dokładności modelu GUGIK20011 nie udało się oszacować, ze względu na brak niezależnych sieci satelitarno-niwelacyjnych, o zasięgu ogólnokrajowym, mogących służyć za punkty kontrolne. W modelu GUGIK2011 wykorzystano wszystkie możliwe wysoko dokładne punkty satelitarno-niwelacyjne na obszarze Polski, jako punkty wpasowania, wraz z uwzględnieniem korekty post transformacyjnej Hausbrandta. Takie rozwiązanie, zbytnio zawierza empirycznym anomaliom wysokości, naciągając powierzchnię (w tym przypadku modelu geopotencjału EGM2008) do błędnych wartości. W rozdziale 8.2 wskazane są punkty wpasowania model GUGIK2011, które negatywnie wpłynęły na jego lokalną dokładność.

Badania nad dokładnością modelu EGG2008 na obszarze Polski, rozpoczęto od wskazania układu odniesienia wysokości elipsoidalnych, który najlepiej współpracuje z tymże modelem. Na wstepie niniejszego podsumowania, wspomniano o podniesieniu powierzchni guasi-geoidy modelu EGG08 o +0.300 m. Wartość o która podniesiono powierzchnie modelu, wynikała ze średniej różnicy wartości anomalii wysokości pomiędzy modelem EGG2008, a europejskimi punktami sieci EUVN_DA. Najbardziej prawdopodobnym układem, który wykorzystano do wyznaczenia empirycznych anomalii wysokości był układ ITRF96 na epokę 1997.4, w którym opublikowano wyniki kampanii pomiarowej EUVN. Jednakże, na obszarze Polski, najniższy średni błąd pojedynczego spostrzeżenia otrzymano w oparciu o różnice anomalii wysokości wyznaczone w oparciu o układ ETRF2000 na epokę 2011.0. Bład ten wyniósł 2.0 cm na 109 ekscentrach sieci ASG-EUPOS. Jako, że model EGG2008 jest modelem czysto grawimetrycznym, zdecydowano wprowadzić niewielką poprawkę do modelowych anomalii wysokości, która pozwoliła na zwiększenie dokładności modelu EGG2008. Rozpatrzono dwie możliwości wprowadzenia poprawki. Pierwsza w oparciu o wpasowania na punktach EUVN DA, które uczestniczyły w kampanii pomiarowej (w latach 2008-2011). Drugą w oparciu o wpasowanie na wybranych ekscentrach ASG-EUPOS. Głównym zadaniem tych wpasowań, które zostały przeprowadzone za pomocą transformacji 7-parametrowych, było nieznaczne nachylenie powierzchni quasi-geoidy modelu EGG08 i dostosowanie go do polskiej osnowy wysokościowej. Dodatkowo. zrealizowano powyższe wpasowania z uwzglednieniem korekt post transformacyjnych Hausbrandta, które oprócz nachylenia, wprowadziły lokalne zmiany do przebiegu quasi-geoidy. Pozwoliło to na porównanie dokładności modelu EGG2008 w zależności od wprowadzanej poprawki. Po wprowadzeniu poprawki opartej na punktach EUVN DA, średni bład pojedynczego spostrzeżenia, na ekscentrach ASG-EUPOS, zmalał do wartości 1.5 cm (nachylenie) oraz 1.3 cm (korekty Hausbrandta). Tak dużej poprawy nie osiągnięto, wdrażając zaproponowana poprawke oparta o wybrane ekscentry ASG-EUPOS. Otrzymano bład średni wynoszący 1.8 cm dla poprawki uwzględniającej tylko nachylenie powierzchni quasi-geoidy oraz błąd średni wynoszący 1.6 cm dla poprawki uwzględniającej korekty Hausbrandta. Ostatecznie, zdecydowano nie zaburzać powierzchni quasi-geoidy lokalnymi zmianami spowodowanymi korektą post transformacyjną Hausbrandta i wybrano poprawkę realizującą jedynie nachylenie jej powierzchni. Dlatego też, wybrano poprawkę opartą na punktach EUVN_DA, która zwiększa dokładność anomalii wysokości modelu EGG08 na ekscentrach ASG-EUPOS do 1.5 cm. Po zakończeniu badań, rozważano również wprowadzenie nachylenia w oparciu o wszystkie dostępne ekscentry ASG-EUPOS. Wcześniej ta opcja nie była rozważana, ponieważ brano pod uwagę również poprawkę uwzględniającą korektę Hausbrandta, a wykorzystanie całej sieci ekscentrów ASG-EUPOS znacznie uszczupliłoby zbiór punktów kontrolnych.

Drugim celem badań, było wprowadzenie poprawek do modelu EGG2008, które zwiększyłby poprawność modelowych anomalii wysokości w układzie ETRF1989 na epokę 1989.0. Do oszacowania dokładność modelu EGG08 w tymże układzie wykorzystano dwie sieci: sieć EUVN_DA oraz ekscentry ASG-EUPOS. Sieć EUVN_DA posiadała współrzędne w układzie ETRF89, natomiast współrzędne sieci ekscentrów ASG-EUPOS przetransformowano do tego układu. Średnie błędy pojedynczego spostrzeżenia w niepoprawionym modelu EGG08 wyniosły 4.6 cm na punktach EUVN_DA oraz 8.1 cm na ekscentrach ASG-EUPOS. Rozważano wyrzucenie z tejże analizy ekscentrów ASG-EUPOS, jako punktów obarczonych błędami transformacyjnymi, jednakże ostatecznie postanowiono je zachować. Główną przesłanką ku temu, była zbieżna dokładność modelu GUGIK2001 w układzie ITRF96 na obu tych sieciach. Zbiór punktów EUVN_DA posiadał współrzędne w układzie ITRF96, natomiast zbiór ekscentrów ASG-EUPOS był poddany dwóm transformacjom w celu uzyskania wysokości elipsoidalnych w tymże układzie. Utwierdziło to autora pracy w poprawności wykonanych transformacji. Średni błąd pojedynczego spostrzeżenia otrzymany na sieci EUVN_DA wyniósł w układzie ETRF89 4.2 cm, natomiast na ekscentrach sieci ASG-EUPOS odpowiednio 8.1 cm.

Z perspektywy czasu, można poddać w wątpliwość dokładność tychże transformacji (np. z układu ETRF2000 do układu ETRF1989 przy pomocy programu *trans_etrf_2*). Można postawić tezę, że zbieżna dokładność modelu GUGIK2001 na obu sieciach jest wynikiem przypadku. Mogą o tym świadczą odmienne rozkłady różnic empirycznych i modelowych anomalii wysokości modelu GUGIK2001, a także tak duża rozbieżność w dokładności modelu EGG2008 w układzie ETRF1989, na obu tych sieciach.

Abstrahując od powyższej tezy, zdecydowano się wykorzystać obie sieci punktów, do implementacji modelu EGG08 w układzie ETRF1989. Pierwsza zaproponowana poprawka do modelu EGG08 opierała się na wertykalnym przesunieciu powierzchni guasi-geoidy. Operacja ta, odpowiadała wyrugowaniu wpływ średniej różnicy wysokości elipsoidalnych, pomiędzy układami, na wartość różnic anomalii wysokości. Rozpatrzono podniesienie modelu EGG08 o wartość wynikającą ze średniej różnicy anomalii wysokości: na sieci EUVN_DA, na ekscentrach ASG-EUPOS oraz na obu sieciach jednocześnie. Najlepszy rezultat uzyskano, podnosząc wprowadzając do modelowych anomalii wysokości poprawkę +5.9 cm, która odpowiadała średniej różnicy anomalii wysokości na obu sieciach. Poprawka ta zmniejszyła średni błąd pojedynczego spostrzeżenia do wartości 2.5 cm na ekscentrach ASG-EUPOS oraz 3.3 cm na punktach EUVN_DA. Druga zaproponowana poprawka opierała się tak jak w przypadku implementacji do układu ETRF2000, na wpasowaniu w punkty satelitarno-niwelacyjne (bez korekty Hausbrandta). Ze względu na systematyczna różnice w wartościach różnic anomalii wysokości na obu sieciach oraz nie wykorzystywanie korekty Hausbrandta, postanowiono użyć wszystkie punkty EUVN DA wraz z ekscentrami ASG-EUPOS, jako punkty łączne. Poprawka do modelu EGG08 opierająca się na tejże transformacji, zwiększyła dokładność modelu EGG08 w układzie ETRF89 do wartości 1.8 cm dla ekscentrów ASG-EUPOS oraz 2.8 dla punktów sieci EUVN_DA. Ze względu na gorszą realizację układu ETRF89 w porównaniu do układu ETRF2000, zaakceptowano otrzymaną dokładność i przyjęto, że dokładność modelu EGG08 wraz z zaproponowaną poprawką, wynosi w układzie ETRF89 2.8 cm. Poprawki do modelu EGG08, zarówno do układu ETRF1989 jak i układu ETRF2000, przedstawiono w formie parametrów

transformacji przestrzennej (wraz z biegunami transformacji), a także w formie funkcji szerokości i długości geodezyjnej.

Precyzyjny model guasi-geoidy grawimetrycznej EGG2008, wymagał niewielkich poprawek, które pozwoliły modelowym anomaliom wysokości osiągnięcie dokładności na poziomie poniżej 2 cm¹⁵. Jak zostało wcześniej wielokrotnie podkreślone, poprawki te opierały się jedynie na pochyleniu oraz przesunieciu wertykalnym powierzchni quasi-geoidy. Wdrożenie modelu quasi-geoidy w oparciu o tak niewielką ingerencję, jest sprzeczne z podejściem dotychczas stosowanym przez polskie jednostki naukowe. W przypadku poprzedniego oficjalnego modelu quasi-geoidy GUGIK2001, zastosowano funkcję sklejaną 3 stopnia, natomiast w przypadku modelu GUGIK2011 wykorzystano transformację 7-parametrową wraz z korektą Hasubrandta. W obu powyższych rozwiązaniach, priorytetowe znaczenie miały empiryczne anomalie wysokości wyznaczone na punktach osnów geodezyjnych. Jak argumentuje to Kadaj (Kadaj, 2013), wynika to z faktu nawiązywania wszelkich pomiarów do osnów geodezyjnych. Do pewnego stopnia jest to poprawne założenie, jednakże nie należy za bardzo polegać na empirycznych wartościach anomalii wysokości, ponieważ mogą one być obarczone wieloma błędami. Przykładami takich niespójności są na przykład, błędy systematyczne w polskiej sieci niwelacvinej na obszarze województwa podkarpackiego w rozwiązaniu Kronsztadt86 lub błędy w pomiarach punktów satelitarno-niwelacyjnych (np. ekscentr ASG-EUPOS w Proszowicach). Wprowadzenie poprawek, opierających się jedynie na przesunięciu oraz nachyleniu powierzchni quasi-geoidy, wynikającej z danych grawimetrycznych, pozwala zachować niezależność jej modelu, względem podstawowej osnowy wysokościowej oraz pomiarów wykonanych na punktach satelitarno-niwelacyjnych. Z tego względu zaleca się implementację powierzchni quasi-geoid na danych obszarach, w sposób jak najmniej ingerujący w jej przebieg. Mając na uwadze dokładności osiągnięte przed model EGG2008, zaleca się podjęcie prac mających na celu zwiększenie dokładności danych wykorzystanych podczas wyznaczania przebiegu quasi-geoid grawimetrycznych. W tym celu należy zmodernizować polską podstawowa osnowe grawimetryczna, a także w oparciu o nia, dokonać ponownego obliczenia anomalii grawimetrycznych. Następnie należy dażyć do utworzenia wysoko dokładnego numerycznego modelu terenu o rozdzielczości 1' na 1'. Wykorzystywanie obu powyższych zbiorów danych przyczyni się do otrzymania bardzo dokładnego modelu quasi-geoidy grawimetrycznej na obszarze Polski. Ów model będzie pełnił znaczącą rolę, zarówno w wykonawstwie geodezyjnym, jak również w kręgach naukowych.

¹⁵ dla układu ETRF2000 (e. 2011.0).
Bibliografia

- ADACH, J., AMBROZIAK, B. (2013): Analiza przydatności pomiarów RTK do wyznaczania przebiegu geoidy w przypadku inwestycji liniowych, praca dyplomowa inżynierska, Katedra Geodezji i Astronomii Geodezyjnej, Politechnika Warszawska;
- AUGATH, W., IHDE, J. (2002): Definition and Realization of Vertical Reference Systems The European Solution EVRS/EVRF2000, FIG XXII International Congress, Washington, D.C. USA, April 19-26;
- **BARLIK, M. (1996):** Applying of the gradiometric measurements to determination of the geoid to quasigeoid separation, Reports on Geodesy, No. 6(24), Institute of Geodesy and Geodetic Astronomy, Warsaw University of Technology, Warsaw;
- CZARNECKI, K. (2010): Geodezja współczesna w zarysie, Wydawnictwo Gall, Warszawa;
- DENKER, H., BARRIOT, J. P., BARZAGHI, R., FAIRHEAD, D., FORSBERG, R., IHDE, J., KENYERES, A., MARTI, U., SARRAILH, M., TZIAVOS, I. N. (2007): *The Development of the European Gravimetric Geoid Model EGG07*, publikacja internetowa.
- **DENKER, H. (2013):** *Regional Gravity Field Modeling: Theory and Practical Results.* Monograph, G. Xu (ed.), Sciences of Geodesy – II, DOI: 10.1007/978-3-642-28000-9_5, Chapter 5, pp 185-291, Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2013;
- **EKMAN, M. (1989):** Impacts of geodynamic phenomena on systems for height and gravity. Bulletin Géodésique 63:281-296;
- ENGELHARDT, G., GURTNER, W., INEICHEN, D., LUTHARDT, J., IHDE, J., SPRINGER, T. (1999): EUVN97 Combined GPS Solution, In: Mitteilungen des Bundesamtes für Kartographie und Geodäsie, EUREF Publication No. 7/II, Frankfurt am Main;
- FORSBERG, R. (2010): Geoid determination in the mountains using ultra-high resolution spherical harmonic models the Auvergne case, The apple of knowledge, Ziti Editions, Thessaloniki;
- **GAJDEROWICZ, I. (2007):** *Propozycja nowego polskiego układu wysokości,* Geomatics and Environmental Engeneering, tom 1, Akademia Górniczo-Hutnicza, Kraków;
- **HECK, B. (1997):** Formulation and linearization of boundary value problems: from observables to a mathematical mode,. In: Sansò F, Rummel R (eds) Geodetic boundary value problems in view of the one centimeter geoid, Lecture notes in earth sciences, vol 65. Springer-Verlag, Berlin;
- **HEISKANEN W. A., MORITZ, H. (1981):** *Physical Geodesy,* Reprint, Institute of Physical Geodesy, Technical University, Graz;
- HOFMANN-WALLENHOF, B., MORITZ, H. (2005): Physical geodesy, Wien; New York; Springer;
- IHDE, J., MAKINEN, J., SACHER, M., LIEBSCH, G. (2008): Conventions for the Definition and Realization of a European Vertical Reference System (EVRS), publikacja internetowa;
- IHDE, J., ADAM, J., GURTNER, W., HARSSON B. G., SACHER, M., SCHULTER, W., WOPPELMANN, G. (2001): The Height Solution of the European Vertical Reference Network (EUVN). Report of the EUVN Working Group;
- **KADAJ, R. (2001)**: *Wytyczne Techniczne G1.10 Formuły odwzorowawcze i parametry układów współrzędnych,* Warszawa; Główny Urząd Geodezji i Kartografii;
- **KADAJ, R. (2013):** *Geoidpold-2008CN model i program quasi-geoidy dostosowany do nowego układu PL-ETRF2000,* Publikacja internetowa 2(5)/2013, Algeres-Soft, <u>www.geonet.net.pl</u>, 12 sierpnia 2013;

- **KENYERES, A., IHDE, J., SACHER, M., DENKER, H., MARTI, U. (2010)**: *EUVN Densification Action Final Report,* Publikacja internetowa;
- KOTSAKIS, C. (2012): A conventional approach for comparing reference frames, Journal of Geodetic Science 2 (4), Thessaloniki University, Greece;
- **KRYŃSKI, J. (2007):** *Precyzyjne modelowanie quasigeoidy na obszarze Polski: wyniki i ocean działalności,* Seria Monograficzna / Instytut Geodezji i Kartografii PAN, Warszawa;
- **ŁYSZKOWICZ, A., FORSBERG, R. (2005):** *Gravimetric Geoid for Poland Area Using Spherical FFT,* Biuletyn Informacyjny Nr 77, Biuletyn IGS Nr 4;
- Łyszkowicz, A. (2009): Oszacowanie dokładności quasi-geoidy z modelu EGM2008 na obszarze Polski;
- **ŁYSZKOWICZ, A. (2012):** *Geoid in the areas of Poland in the author's investigations*, Technical Sciences, Suplement 15, Uniwersytet Warmińsko-Mazurski, Olsztyn;
- McCARTHY, D. D., PETIT, G., (2003): *IERS Conventions 2003*, IERS Technical Note No. 32, Verlag des Bundesamts fur Kartographie und Geodasie, Frankfurt nad Manem, 2004;
- SACHER, M., IHDE, J., LANG. H. (1999): Results of the Adjustment of the United European Leveling Network 1995 (UELN-95/98). Lipsk; Biuro Geodezji i Kartografii.
- SACHER, M., IHDE, J., LIEBSCH, G., MAKINEN, J. (2008): *EVRF2007 as Realization of the European Vertical Reference System.* Prezentacja na Sympozjum IAG Podkomisji do spraw Europy (EUREF), Londyn, 18-21 czerwiec 2008;
- SACHER, M., ALEKSEJENKO, I., BARBADILLO, A., DEMIANOV, G., SAARANEN, V. (2012): Advancements of the Unified Leveling Network since the adoption of EVERF2007. Prezentacja na Sympozjum IAG Podkomisji do spraw Europy (EUREF), Paryż, 6-8 czerwiec 2012;
- **SJÖBERG, L. (1980):** *Least squares combination of satellite harmonics and integral formulas in physical geodesy.* Gerlands Beitraege zur Geophysik, Sztokholm;
- **SPYRA, J. (2013):** Analiza porównawcza metod wyznaczania cech geopotencjalnych na punktach geodezyjnej osnowy państwowej, praca dyplomowa magisterska, Katedra Geodezji i Astronomii Geodezyjnej, Politechnika Warszawska;
- **Rozporządzenie** Rady Ministrów z dnia 14 listopada 2012 r. *w sprawie państwowego systemu odniesień przestrzennych*, Dz.U. 2012 r., poz. 1247;
- **Rozporządzenie** Ministra Administracji i Cyfryzacji z dnia 30 marca 2012 r. *w sprawie osnowy geodezyjnych, grawimetrycznych i magnetycznych,* Dz.U. 2012 r., poz. 352.
- **Sprawozdanie techniczne** Zintegrowanie podstawowej osnowy geodezyjnej na obszarze Polski ze stacjami referencyjnymi systemy ASG-EUPOS - Etap IV Opracowanie i wyrównanie obserwacji GNSS, Centrum Badań Kosmicznych Polskiej Akademii Nauk, Warszawa, lipiec 2011 r.;
- **Raport końcowy** *Rozwinięcie krajowej sieci EUVN poprzez wykonanie pomiarów satelitarnych GPS na punktach podstawowej osnowy wysokościowej,* Politechnika Warszawska, Wydział Geodezji i Kartografii, Instytut Geodezji Wyższej i Astronomii Geodezyjnej, Warszawa, czerwiec 2000 r.